



Modelación del intercambio térmico durante la condensación pelicular en el interior de tubos

Heat transfer modelling during film condensation inside tubes

Yanan Camaraza-Medina¹ 

¹ Universidad de Guanajuato. Departamento de Ingeniería Mecánica. Guanajuato, México.

DOI: 10.64966/ingeniare.v33.45

Resumen

En este trabajo es mostrada la modelación analítica de un modelo mejorado para la predicción del intercambio térmico durante la condensación en el interior de tuberías con cualquier orientación geométrica. Los grupos adimensionales básicos requeridos se obtuvieron mediante una formulación débil del Método de Elementos Finitos (MEF) sobre la ecuación de Green. El modelo propuesto fue comparado con datos experimentales disponibles de 22 tipos de fluidos diferentes, entre ellos agua, líquidos orgánicos y refrigerantes. El modelo es válido para números de Reynolds para fase líquida y vapor desde 65 a 84832 y desde 890 a 594550, respectivamente, un rango de diámetros interno de los tubos desde 2 a 50 mm, calidades del vapor desde 0.01 a 0,99 y un flujo másicos desde 2.9 a 852 kg/(m² • s). En la comparación realizada entre el modelo y los datos experimentales fue encontrado que el modelo correlaciona con una desviación media de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 56,3% y 93,6% de los datos experimentales disponibles de tubos horizontales y con una desviación media de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 45,9% y 92,4% de los datos disponibles para tubos verticales e inclinados descendentes.

Palabras clave: Línea recta infinita, condensación, velocidad adimensional, coeficiente medio, elementos finitos.

Abstract

In this paper, an improved analytical model for predicting heat transfer during condensation in pipes with arbitrary orientations is provided. The required dimensionless basic groups were obtained by a weak Finite Element Method (FEM) formulation of the Green equation. The proposed model was compared with available experimental data for 22 different types of fluids, including water, organic liquids, and refrigerants. The model is valid for Reynolds numbers in the liquid and vapor phases ranging from 65 to 84,832 and from 890 to 594,550, respectively, an internal tube diameter range from 2 to 50 mm, steam qualities from 0,01 to 0,99, and mass flow rates from 2,9 to 852 kg/(m²•s). In the comparison between the model and the experimental data, it was found that the model correlates with a mean deviation of $\pm 10\%$ and $\pm 20\%$ in 56.3% and 93,6% of the experimental data available for horizontal tubes and with a mean deviation of $\pm 10\%$ and $\pm 20\%$ in 45,9% and 92,4% of the data available for vertical and inclined tubes.

Keywords: Infinite straight line, Condensation, dimensionless velocity, heat transfer coefficient, finite elements.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad en la literatura especializada son reportados cientos de trabajos investigativos dirigidos a la creación de modelos para el cálculo de la transferencia de calor durante la condensación en el interior de tubos [1]. Las características específicas de la transferencia de calor convectiva en dos fases y sus mecanismos dominantes hacen que sea una tarea compleja de resolver [2], [3]. En los últimos 50 años han sido publicados un número significativo de modelos derivados del ajuste y validación de datos experimentales disponibles [4], [5].

Recientemente fue proporcionada una revisión ampliada que incluye la mayoría de los modelos disponibles y sus capacidades de predicción [6]. Sin embargo, aún persisten divergencias en el manejo de los grupos adimensionales que gobiernan el proceso de condensación, lo cual dificulta la elaboración de modelos fiables [7] - [9].

En la mayoría de los modelos disponibles para mejorar la capacidad de predicción ($\pm 25\%$) son considerados 10 o más grupos adimensionales y parámetros de ajuste experimental, lo que dificulta el manejo de las correlaciones propuestas [10], [11]. Algunas correlaciones más simples desde la óptica matemática incluyen menos grupos adimensionales, sin embargo su uso genera elevadas desviaciones del orden de $\pm 40\%$ con respecto a los datos experimentales disponibles [12], [13].

La transferencia de calor convectiva en medios de dos fases requiere computar el número de Nusselt para la fase líquida Nu_l . Para el cálculo de Nu_l puede ser usado el modelo de Dittus-Boelter (DB), el cual solo incluye dos grupos adimensionales y tres valores de ajuste [14], [15]. La simplicidad del modelo DB ha sido la causa fundamental que la aplastante mayoría de las correlaciones disponibles lo consideren para determinar los valores de Nu_l . Un inconveniente del modelo DB es que proporciona valores de dispersión del orden $\pm 40\%$, lo cual agrega una incertidumbre adicional a las relaciones derivadas de la correlación y ajuste de datos experimentales disponibles [16], [17], [18].

En la actualidad no se dispone de un tratamiento matemático que permita establecer cuál o cuáles son los grupos adimensionales dominantes en el proceso de transferencia de calor convectiva en dos fases [19], [20]. La presencia de un medio en dos fases complejiza este análisis, debido a la compresibilidad del fluido y a la interferencia de la fase de vapor sobre el proceso de enfriamiento. La calidad del vapor decrece de forma aleatoria a lo largo del conducto, lo cual no permite realizar un análisis promedio sobre toda la instalación [21], [22]. Varios estudios recientes han mostrado alternativas de solución, sin embargo los ajustes de los modelos propuestos no proporcionan niveles adecuados de correlación, sobre todo a bajos valores de caudales máxicos [23], [24], [25].

El tratamiento matemático de la condensación confinada es extremadamente complejo, al ser requerido considerar simultáneamente las ecuaciones diferenciales de energía para el fluido y el tubo, de continuidad y de flujo [26]. Los casos más simples de condensación son encontrados para condiciones de frontera estacionarias, y aun así, desarrollar una solución analítica que satisfaga cualquier condición de contorno es una tarea no resuelta en la actualidad, debido a la naturaleza estocástica del fluido, el efecto de la compresibilidad, la formación de remolinos y turbulencias en el seno del flujo y la capa límite, lo cual no permite aplicar un valor medio sobre todo el

volumen de control. Por esta causa, la totalidad de los métodos de análisis conocidos se basan en la correlación, ajuste y validación de datos experimentales [27], [28], [29].

A partir de lo anteriormente explicado, sería muy útil definir mediante las ecuaciones diferenciales del proceso, cuales son los grupos adimensionales que permiten caracterizar el intercambio de energía para ambas fases (líquido y vapor), estableciendo además las zonas de empatía o incertidumbre máxima, para lograr una mejoría en la precisión y extender el rango de validez del modelo. Por tanto, el objetivo del presente trabajo es obtener mediante las ecuaciones diferenciales de energía, continuidad y flujo, cuales son los grupos adimensionales que deben ser usados para caracterizar el proceso de intercambio de energía durante la condensación en el interior de tuberías con cualquier orientación geométrica (vertical, horizontal o inclinada).

Los resultados obtenidos fueron combinados en una correlación, la cual mostró un ajuste adecuado con datos experimentales disponibles de 22 tipos de fluidos diferentes, incluyendo agua, una variedad de líquidos orgánicos y refrigerantes, diámetros de tubos de 2 a 50 mm, flujos máxicos desde 3 a $850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$ y un rango de presiones reducidas desde 0,0008 a 0,91.

En la actualidad se ha extendido el interés investigativo sobre la condensación en el interior de microcanales, para sus aplicaciones a industrias de informática, aeroespacial, automática, entre otros. Sin embargo, considerar la condensación en microcanales agrega un inconveniente mayor que es considerar además el efecto de la tensión superficial en cada fase fluida y en la interface liquido-vapor [30]. Por esta razón, el estudio de microcanales queda excluido en este trabajo, siendo aplicables los resultados obtenidos solo a macrocanales.

MATERIALES Y MÉTODOS

Consideraciones matemáticas iniciales

Se toma un volumen de control en el interior de una tubería. El efecto de la conducción del calor en cada eje coordenado es determinado mediante la ecuación de conservación de la energía, ecuación (1) [31]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

La interface vapor-liquido requiere considerar los efectos viscosos de corte, por tanto, la ecuación de energía para el fluido viene dada por [32]:

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial T}{\partial x} + V_y \frac{\partial T}{\partial y} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] dx dy dz d\tau = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \mu \Phi \quad (2)$$

En la ecuación (2) los términos μ y Φ son la viscosidad dinámica adimensional y la función de disipación viscosa de Schlichting, respectivamente, las cuales son expresadas mediante la ecuación (3) [33]:

$$\mu = \frac{Gx}{\sqrt{\rho_v}} ; \quad \Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 \quad (3)$$

La disipación viscosa ejerce una alta influencia en los flujos confinados a alta velocidad, por esa razón en este trabajo es considerado su efecto. Las ecuaciones diferenciales de flujo vienen dadas por el complejo de Navier-Stokes, el cual queda representado por [33]:

eje x →

$$\rho \frac{\partial V_x}{\partial \tau} + \rho \left(V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} \right)$$

eje y →

$$\rho \frac{\partial V_y}{\partial \tau} + \rho \left(V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

eje z →

$$\rho \frac{\partial V_z}{\partial \tau} + \rho \left(V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right)$$

La ecuación (4) considera los tres ejes coordenados. Debido a la presencia de dos fases en el proceso evaluado obliga a considerar el efecto de la compresibilidad del fluido debido a la variación del volumen específico producto del cambio de fase. El medio se considera continuo, de ahí la ecuación de continuidad viene dada por [34], [35]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial (\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho V_z)}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

El funcional débil de Green para el problema elíptico se formula usando una sección elemental del tubo (Figura 1).

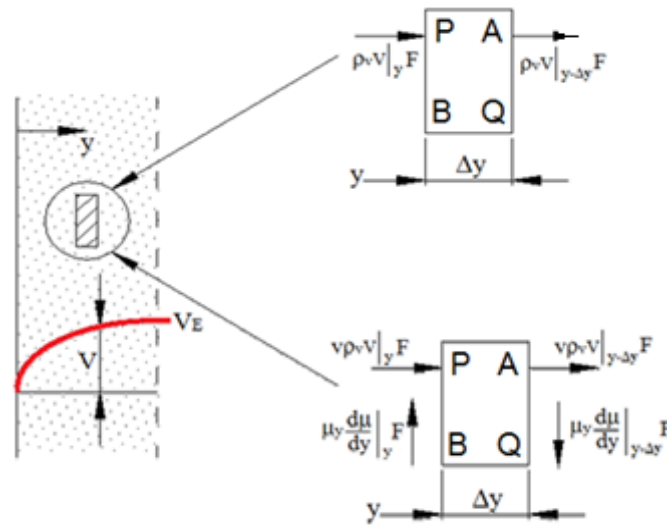


Figura 1. Volumen de control para el análisis del funcional débil de Green.

En una primera aproximación, al ser la velocidad del flujo apreciable, los efectos radiales resultan despreciables. Esto permite un tratamiento unidimensional, simplificando las ecuaciones (1), (2), (3) y ecuación (5) a las siguientes expresiones:

- Ecuación unidimensional de energía para el tubo

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (6)$$

- Ecuación unidimensional de energía para el fluido

$$\rho c \left[\frac{\partial T}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial T}{\partial x} \right] = k_L \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) + \mu \Phi \quad (7)$$

- Función unidimensional de disipación viscosa de Schlichting, ecuación (8):

$$\Phi = 3 \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 \quad (8)$$

- Ecuación unidimensional de continuidad [35]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial (\rho V_x)}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

Aplicación del método de Green al problema de contorno

Se considera la transferencia de calor en estado estacionario. En el volumen de control (Figura 1), las secciones PB y AQ son la entrada y salida del flujo de calor, respectivamente, asociándose a funcionales desconocidos que se expresan como ecuación (10):

$$x = X_1(t) \text{ para PB ; } x = X_2(t) \text{ para AQ} \quad (10)$$

El primer problema de contorno consiste en resolver la ecuación de conducción del calor para insertar dicha función en la ecuación de energía y combinarla con la del perfil de velocidades. Aunque el algoritmo es complejo, aquí se detalla. El principio del valor máximo garantiza una solución continua y única. Aplicando el método de Green a la ecuación en derivadas parciales elíptica de segundo orden, se transforma la ecuación (6) obteniendo el diferencial de Green:

$$\Xi_{(T)} = -a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial T}{\partial t} \quad (11)$$

El volumen de control se divide en tres subdominios M , M_1 , M_2 . El subdominio M_2 es un contorno cerrado PABQ (Figura 1). Aplicando el teorema de Green a dicho contorno, combinando la ecuación (11) y ecuación (6), y resolviendo sobre cada cuerda, se obtiene la suma de cuatro integrales de línea que forman el contorno rectangular cerrado:

$$\begin{aligned} & \int_{PB} \varphi \psi dx - \int_{AQ} \varphi \psi dx + \int_{BQ} \left[\varphi \psi dx + a^2 \left(\psi \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \varphi \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) dt \right] \\ & - \int_{AP} \left[\varphi \psi dx + a^2 \left(\psi \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \varphi \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) dt \right] = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

En la ecuación (12), $\varphi(x,t)$ representa la solución del problema de transferencia de calor, y $\psi = G_0(x, t, \xi, \tau)$ es la función fuente de energía. Al igualar a cero la ecuación (11) y resolver, se obtiene ψ para una recta infinita:

$$\psi = G_0(x, t, \xi, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi a^2(t - \tau)^2}} e^{-\frac{(x - \xi)^2}{4a^2(t - \tau)}} \quad (13)$$

Si se establece un punto arbitrario situado entre las secciones PB y AQ del volumen de control sobre el cual se determina la función $\varphi(x,t)$, entonces la solución del problema de transferencia del calor viene dado por $\varphi(x, t + h)$, con $h > 0$. Haciendo la sustitución $x - h = \xi$ y $t = \tau + h$, entonces la función ψ dada en la ecuación (13) se transforma en ecuación (14):

$$\psi = G_0(x, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi a^2 h^2}} e^{-\frac{(2x - h)^2}{4a^2 h}} \quad (14)$$

Teniendo en cuenta que todos los segmentos del volumen de control analizado están definidos por funciones continuas, entonces en la función ψ cuando $h \rightarrow 0$, se obtiene un mínimo. Calculando el límite de la función ψ cuando $h \rightarrow 0$ y sustituyendo posteriormente en la ecuación (12) se obtiene el siguiente complejo integral:

$$\begin{aligned} & \int_{PB} \varphi(x, t) \frac{1}{2\sqrt{\pi a^2 h^2}} e^{-\frac{(2x-h)^2}{4a^2 h}} dx - \int_{AQ} \varphi(x, t) \frac{1}{2\sqrt{\pi a^2 h^2}} e^{-\frac{(2x-h)^2}{4a^2 h}} dx \\ & - \int_{BQ} \left[\varphi(x, t) \frac{1}{2\sqrt{\pi a^2 h^2}} e^{-\frac{(2x-h)^2}{4a^2 h}} dx + a^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\pi a^2 h^2}} e^{-\frac{(2x-h)^2}{4a^2 h}} \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x} - \varphi(x, t) \frac{\partial \left(\frac{1}{2\sqrt{\pi a^2 h^2}} e^{-\frac{(2x-h)^2}{4a^2 h}} \right)}{\partial x} \right) dt \right] \\ & - \int_{AP} \left[\varphi(x, t) \frac{1}{2\sqrt{\pi a^2 h^2}} e^{-\frac{(2x-h)^2}{4a^2 h}} dx + a^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{\pi a^2 h^2}} e^{-\frac{(2x-h)^2}{4a^2 h}} \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x} - \varphi(x, t) \frac{\partial \left(\frac{1}{2\sqrt{\pi a^2 h^2}} e^{-\frac{(2x-h)^2}{4a^2 h}} \right)}{\partial x} \right) dt \right] = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Soluciones débiles de Ritz

La integral de la ecuación (15) resulta compleja y difícil de resolver mediante métodos tradicionales de integración. No obstante, el Método de Elementos Finitos (MEF) permite obtener una solución débil aplicando el principio de energía mínima sobre cada cuerda del contorno cerrado PABQ. Para simplificar el problema, se introducen las siguientes sustituciones, ecuación (16) y ecuación (17):

$$\varphi(x, t) \frac{1}{2\sqrt{\pi a^2 h^2}} e^{-\frac{(2x-h)^2}{4a^2 h}} = \bar{\omega} \quad (16)$$

$$\frac{1}{2\sqrt{\pi a^2 h^2}} e^{-\frac{(2x-h)^2}{4a^2 h}} \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x} - \varphi(x, t) \frac{\partial \left(\frac{1}{2\sqrt{\pi a^2 h^2}} e^{-\frac{(2x-h)^2}{4a^2 h}} \right)}{\partial x} = \omega \quad (17)$$

O lo que es lo mismo

$$\bar{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \varphi(x, t) \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x} = \omega \quad (18)$$

Sustituyendo la ecuación (18) y ecuación (16) en la ecuación (15), se obtiene:

$$\begin{aligned} & \int_{PB} \bar{\omega} dx - \int_{AQ} \bar{\omega} dx - \int_{BQ} \left[\bar{\omega} dx + a^2 \left(\bar{\omega} \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x} - \varphi(x, t) \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x} \right) dt \right] \\ & - \int_{AP} \left[\bar{\omega} dx + a^2 \left(\bar{\omega} \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x} - \varphi(x, t) \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x} \right) dt \right] = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Para resolver numéricamente la ecuación (19) mediante el MEF, el volumen elemental se discretiza con dos elementos lineales de tres nodos cada uno (unidimensionales cuadráticos). Esta elección permite una mejor aproximación del perfil de temperaturas al emplear arcos parabólicos en

lugar de segmentos lineales por elemento. El elemento cuadrático posee tres nodos (dos extremos y uno central, [Figura 2](#)), y sus funciones de forma se expresan mediante las siguientes ecuaciones:

$$N_1 = -\frac{1}{2}\xi(1-\xi); \quad N_2 = (1+\xi)(1+\xi); \quad N_3 = \frac{1}{2}\xi(1+\xi) \quad (20)$$

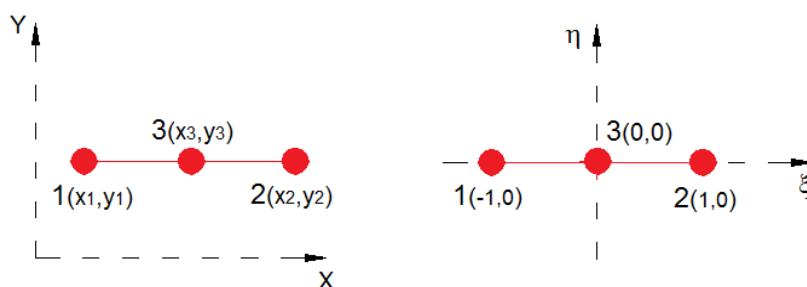


Figura 2. Elemento finito unidimensional cuadrático.

La multiplicación de las soluciones nodales N_1 , N_2 y N_3 genera la función aproximada de distribución de temperaturas dx/dt por conducción a lo largo de la dimensión axial dx . Para ello se emplea la sustitución $x - h = \xi$, pues en el caso mínimo $h = 0$ se cumple $x = \xi$. Al aplicar $x = \xi$ en la ecuación (20) se obtienen tres elementos cuadráticos, equivalentes a tres zonas o rangos de validez.

$$N_1 = -\frac{1}{2}x + x^2; \quad N_2 = 1 + 2x + x^2; \quad N_3 = \frac{1}{2}x + x^2 \quad (21)$$

La ecuación (21) no refleja la dependencia temporal de x . Para resolverlo, se sustituye su función parabólica nodal en la ecuación (7) para cada segmento del volumen de control mediante la técnica de cuerdas cruzadas. Así, el problema se define sobre las cuerdas PQ y AB ([Figura 1](#)), obteniendo:

Cuerda PQ

Entrada

$$\left(-\frac{1}{2}x + x^2\right)V_x = a\left(-\frac{1}{2}x + x^2\right)^2 + 3\mu\left(\frac{\partial V_x}{\partial x}\right)^2 \quad (22)$$

Medio

$$(1 - 2x + x^2)V_x = a(1 - 2x + x^2)^2 + 3\mu\left(\frac{\partial V_x}{\partial x}\right)^2 \quad (23)$$

Salida

$$\left(\frac{1}{2}x + x^2\right)V_X = a\left(\frac{1}{2}x + x^2\right)^2 + 3\mu\left(\frac{\partial V_X}{\partial x}\right)^2 \quad (24)$$

Cuerda AB

Entrada

$$-\left(-\frac{1}{2}x + x^2\right)V_X = -a\left(-\frac{1}{2}x + x^2\right)^2 - 3\mu\left(\frac{\partial V_X}{\partial x}\right)^2 \quad (25)$$

Medio

$$-(1 + 2x + x^2)V_X = -a(1 + 2x + x^2)^2 - 3\mu\left(\frac{\partial V_X}{\partial x}\right)^2 \quad (26)$$

Salida

$$-\left(\frac{1}{2}x + x^2\right)V_X = -a\left(\frac{1}{2}x + x^2\right)^2 - 3\mu\left(\frac{\partial V_X}{\partial x}\right)^2 \quad (27)$$

El medio es compresible, por lo que la densidad varía con la longitud del conducto. Sin embargo, al considerar el proceso estacionario, la densidad no cambia con el tiempo $\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0$, lo que simplifica el estudio y transforma la ecuación (9) en la ecuación (28):

$$\frac{\partial (\rho V_x)}{\partial x} = 0 \quad (28)$$

Debido a la compresibilidad del fluido la densidad varía a lo largo del conducto. En este trabajo se designan como ρ_V y ρ_L a las densidades a la entrada y salida del conducto, respectivamente.

Perfil de velocidades

Del diagrama libre de esfuerzos viscosos (Figura 1) se identifican dos fuerzas fundamentales (arrastre del vapor y gravitacional) opuestas a los esfuerzos viscosos o de fricción. El intercambio térmico en un medio confinado y orientado requiere expresar la variación de la velocidad respecto a una dimensión característica del conducto. Así, la ecuación (9) se transforma para obtener el perfil de velocidades, válido para cualquier sección de dicha dimensión, y viene dado por:

$$\mu_L \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + (\rho_L + \rho_V)g = 0 \quad (29)$$

En la ecuación (29) la variable V es la velocidad a través de la película. Para solucionarla se requieren dos condiciones de contorno. Sobre la pared se toma la condición de no deslizamiento del fluido real, por lo tanto se realiza la ecuación (30):

$$x = 0 ; V = 0 \quad (30)$$

En la superficie de la película se supone que el arrastre de vapor es mínimo. Si se toma $\delta(x)$ como el espesor de la película, la condición de contorno requerida entonces vendrá dada por:

$$x = \delta ; \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (31)$$

El espesor de la película $\delta(x)$ es una función todavía pendiente por determinar. La condición de arrastre del vapor despreciable o insignificante es válida en muchas ocasiones en que la velocidad del vapor no es demasiado grande. Integrando la ecuación diferencial (29) se obtiene:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -x \frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} + C_1 \quad (32)$$

Sustituyendo la condición de contorno (31) en la ecuación (32) se obtiene:

$$0 = -\delta \frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} + C_1 \quad (33)$$

Despejando en la ecuación (33) la constante de integración C_1 será:

$$C_1 = \delta \frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} \quad (34)$$

Sustituyendo la ecuación (34) en la ecuación (32) se obtiene:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = (\delta - x) \frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} \quad (35)$$

Integrando nuevamente la ecuación (35):

$$V = \frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} \left(\delta x - \frac{x^2}{2} \right) + C_2 \quad (36)$$

Sustituyendo las condiciones de contorno de la ecuación (31) en la ecuación (36) se obtiene que $C_2 = 0$, por tanto, la ecuación (36) se transforma a:

$$V = \delta^2 \frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} \left[\frac{x}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{\delta} \right)^2 \right] \quad (37)$$

La ecuación (37) muestra que el perfil de velocidades $V(x)$ es parabólico, obteniéndose un máximo sobre la superficie de la película cuando $x = \delta$. Sustituyendo $x = \delta$ en la ecuación (37) es obtenida la velocidad máxima, la cual viene dada por:

$$V_{Max} = \delta^2 \frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{2\mu_L} = \frac{g\delta^2 \sin \theta}{2\nu_L} \frac{(\rho_L - \rho_V)}{\rho_L} \quad (38)$$

Sustituyendo la ecuación (35) en la ecuación (28) se obtiene:

$$\frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} (\delta - x) = 0 \quad (39)$$

Asumiendo que la función arbitraria $\varphi(x,t)$ es aproximadamente igual a la ecuación (39), entonces en el tercer y cuarto término de la ecuación (19) es reemplazada la función $\varphi(x,t)$ con la ecuación (39). Integrando posteriormente se llega a:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}x + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{a^2 t \bar{\omega} (\rho_L - \rho_V)g \sin \theta (\delta^2 - x)}{\mu_L} \right] - \frac{a^2 t (\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} (\delta^2 - x) \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x} \right\} - \frac{1}{2} \bar{\omega}x \\ + a^2 t \left[\frac{\bar{\omega} \frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} (\delta^2 - x)}{\partial x} - \frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} (\delta^2 - x) \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad (40)$$

Cuando la velocidad es máxima se cumple que $x = \delta$, sustituyendo en la ecuación (40) y simplificando posteriormente se obtiene que:

$$\bar{\omega}x^2 - \bar{\omega}x = 0 \quad (41)$$

Discretización nodal para velocidad máxima

La ecuación (41) es igual al término de discretización de entrada en la distribución nodal, por lo tanto, las dos combinaciones nodales restantes son aplicables a dos elementos finitos horizontales. El efecto del nodo inicial en los términos tercero y cuarto de la ecuación (19) puede ser despreciado, pues tal como acaba de ser demostrado, estos nodos iniciales son puntos estacionarios o de origen. Aplicando el mismo procedimiento usado anteriormente para las cuerdas BQ y AP, se obtiene:

Cuerda BQ

Entrada

$$V_X = ax + 3\mu x \left(\frac{\partial V_X}{\partial x} \right)^2 \quad (42)$$

Medio

$$(1 + 2x + x^2)V_X = ax(1 + 2x + x^2)^2 + 3\mu x \left(\frac{\partial V_X}{\partial x} \right)^2 \quad (43)$$

Salida

$$\left(\frac{1}{2}x + x^2 \right) V_X = ax \left(\frac{1}{2}x + x^2 \right)^2 + 3\mu x \left(\frac{\partial V_X}{\partial x} \right)^2 \quad (44)$$

Cuerda AP

Entrada

$$-V_X = -ax - 3\mu \left(\frac{\partial V_X}{\partial x} \right)^2 \quad (45)$$

Medio

$$-(1 + 2x + x^2)V_X = -ax(1 + 2x + x^2)^2 - 3\mu x \left(\frac{\partial V_X}{\partial x} \right)^2 \quad (46)$$

Salida

$$-\left(\frac{1}{2}x + x^2 \right) V_X = -ax \left(\frac{1}{2}x + x^2 \right)^2 - 3\mu x \left(\frac{\partial V_X}{\partial x} \right)^2 \quad (47)$$

Se tiene la ecuación (44) de salida de la cuerda BQ y para la cuerda AP la ecuación (47) es la salida. Sustituyendo la ecuación (42) en la ecuación (35) y ecuación (37):

$$\delta^2 \frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} \left[\frac{x}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{\delta} \right)^2 \right] = ax + 3\mu x \left[\frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} (\delta - x) \right]^2 \quad (48)$$

$$\frac{x\delta(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} - \frac{x^2(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{2\mu_L} = ax + 3\mu x \left[\frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} (\delta - x) \right]^2 \quad (49)$$

Agrupando y reduciendo términos semejantes en la ecuación (48) y ecuación (49):

$$(\delta - x) = a + \left(3\mu x^2 + \frac{\delta^2}{x} - 2\delta \right) \left[\frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} \right] \quad (50)$$

Como x es la dimensión característica, y en este caso lo que se analiza es un tubo, entonces se establece que $x = r = d/2$, sustituyendo en la ecuación (50) se obtiene:

$$\left(\delta - \frac{d}{2} \right) = a + \left[3\mu \left(\frac{d}{2} \right)^2 + \frac{2\delta^2}{d} - 2\delta \right] \cdot \left[\frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} \right] \quad (51)$$

Despejando el diámetro d en la ecuación (51)

$$d = 2\delta - 2a - \left(1.5\mu d^2 + \frac{4\delta^2}{d} - 4\delta \right) \left[\frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} \right] \quad (52)$$

La ecuación (52) es de tipo trascendente y permite determinar el diámetro requerido para evitar el estancamiento del fluido durante el flujo de condensado por el interior de una tubería. Cuando la tubería es horizontal se cumple que $\theta = 0^\circ$, entonces $\sin \theta = 0$, por tanto la ecuación (51) se simplifica, quedando de la siguiente manera:

$$d = 2\delta - 2a \rightarrow x = 2(\delta - a) \quad (53)$$

Si se considera que la $V_x \approx V_{Max}$, entonces la ecuación (38) se transforma a:

$$V_x = \frac{gd^2 \sin \theta}{2\nu_L} \frac{(\rho_L - \rho_V)}{\rho_L} \quad (54)$$

Criterios adimensionales derivados de la solución débil del problema

El gradiente de velocidades fue dado en la ecuación (35), siendo demostrado que la distribución de velocidades posee un perfil parabólico. Si se asume que el máximo de la función se obtiene en el nodo intermedio, entonces sustituyendo la ecuación (53) y ecuación (54) en el nodo intermedio de una cuerda cualquiera (se escoge la cuerda BQ y la ecuación (43)), se arriba a:

$$\begin{aligned} & (1 + 4\delta - 4a + 4\delta^2 - 8a\delta + 4a^2) \frac{g\delta^2 \sin \theta}{2\nu_L} \frac{(\rho_L - \rho_V)}{\rho_L} \\ & = (2a\delta - 2a^2) \cdot (1 + 4\delta - 4a + 4\delta^2 - 8a\delta + 4a^2)^2 \\ & + (6\mu\delta - 6\mu a) \left[\frac{(\rho_L - \rho_V)g \sin \theta}{\mu_L} (2a - \delta) \right]^2 \end{aligned} \quad (55)$$

Reduciendo términos semejantes en la ecuación (55):

$$\frac{\frac{(\rho_L - \rho_V)g\delta^2 \sin\theta}{2\mu_L}}{(1 + 4\delta - 4a + 4\delta^2 - 8a\delta + 4a^2)} - \frac{(6\mu\delta - 6\mu a)\left[\frac{(\rho_L - \rho_V)g\sin\theta}{\mu_L}(2a - \delta)\right]^2}{(1 + 4\delta - 4a + 4\delta^2 - 8a\delta + 4a^2)} = (2a\delta - 2a^2) \quad (56)$$

La ecuación (56) es la solución débil buscada para el punto medio del conducto horizontal. Cuando la velocidad es mínima se cumple que $\delta = 0$, por lo tanto:

$$\frac{(6\mu a)\left[\frac{2a(\rho_L - \rho_V)g\sin\theta}{\mu_L}\right]^2}{(1 - 4a + 4a^2)} = 2a^2 \quad (57)$$

Cuando la velocidad es mínima, en la ecuación (53) se cumple que $\delta = 0$, por tanto:

$$a = \frac{x}{2} - \delta = \frac{d}{4} \rightarrow x = \frac{d}{2}; \delta = 0 \quad (58)$$

Sustituyendo la ecuación (58) en la ecuación (57) y simplificando:

$$\frac{[d(\rho_L - \rho_V)g\sin\theta]^2}{\sqrt{\mu}} = 0 \quad (59)$$

Como en el nodo intermedio existe un máximo, se cumple entonces el ángulo θ de la normal desde este nodo a la línea de eje del tubo es igual a $\theta = 90^\circ$, por tanto $\sin\theta = 1$. Aplicando propiedades de radicales en la ecuación (59) y sustituyendo el valor $\sin\theta = 1$, entonces:

$$\frac{\sqrt{gd(\rho_L - \rho_V)}}{\mu} = 0 \quad (60)$$

El término μ fue dado en la ecuación (3), sustituyendo en la ecuación (60) se obtiene:

$$\frac{1}{J_G} = \frac{\sqrt{gd\rho_V(\rho_L - \rho_V)}}{xG} \quad (61)$$

El grupo adimensional dado en la ecuación (61) fue obtenido a partir de soluciones débiles por el MEF y es el que rige la combinación de las ecuaciones diferenciales de energía, conductividad y continuidad, por lo tanto, es básico en el cálculo de la energía transferida durante la condensación en el interior de tubos. Este número adimensional es conocido como velocidad adimensional J_G .

El fluido experimenta variaciones en las difusividades viscosas y térmicas a lo largo del conducto, igual sucede con la calidad del vapor. Este problema fue resuelto por Shah, estableciendo una dependencia para caracterizar estas variaciones, la cual viene dada por [36]:

$$Z = \left(\frac{1-x}{x} \right)^{0.8} \text{Pr}_L^{0.4} \quad (62)$$

Conocidos los dos parámetros adimensionales que gobiernan la condensación en el interior de un tubo, solo es necesario identificar las tres regiones que se generan, ya que el elemento finito considerado está integrado por tres nodos en las componentes verticales e inclinadas, y de dos nodos en las componentes horizontales, tal como fue planteado con anterioridad.

Para definir la zona de validez 1 para tubos verticales e inclinados descendentes, se toma el nodo de entrada de las cuerdas PQ y AB. Se sustituyen las ecuación (35), ecuación (38) y ecuación (53) en la ecuación (22) y ecuación (25). Las expresiones obtenidas se suman, el resultado de esta suma se iguala a la ecuación (61) y ecuación (62), y se resuelve convenientemente en función de la velocidad dimensional. El resultado definitivo arrojará la validez de la zona 1 para tubos verticales e inclinados descendentes [37]. Para definir las zonas de validez 2 y 3 se procede igual que con la zona 1, con la diferencia que las sustituciones no se harán en las ecuaciones (22) y (25), sino en la ecuación (23) y ecuación (26) para la zona 2 y en la ecuación (24) y ecuación (27) para la zona 3.

Las transformaciones diferenciales enunciadas en los tres párrafos anteriores son complejas, por eso acá se darán solamente los resultados obtenidos para las tres zonas de validez, ecuación (63), ecuación (64) y ecuación (65), quedando que:

Zona 1

$$J_g \geq \frac{1}{2, 37Z + 0, 728} \quad (63)$$

Zona 2

$$0, 927e^{(-0,0868Z^{-1,165})} < J_g < \frac{1}{2, 37Z + 0, 728} \quad (64)$$

Zona 3

$$J_g \leq 0, 927e^{(-0,0868Z^{-1,165})} \quad (65)$$

Como el nodo intermedio es un punto de máximo, entonces el vector normal proyectado sobre este nodo es también perpendicular a la línea de eje, por tanto en un conducto horizontal solo existirán dos zonas de validez, en los nodos de entrada y salida [37].

Para definir la zona de validez 1 para tubos horizontales, se toma el nodo de entrada de las cuerdas BQ y AP. Se procede a sustituir las ecuación (35), ecuación (38) y ecuación (53) en la ecuación (42) y ecuación (45). Las nuevas expresiones obtenidas son sumadas y el resultado de esta suma se iguala a la ecuación (61) y ecuación (62), y se resuelve convenientemente en

función de la velocidad dimensional. El resultado definitivo arrojará la validez de la zona 1 para tubos horizontales. Para la zona de validez 2 se procede igual que con la zona 1, con la diferencia que las sustituciones no se harán en la ecuación (42) y ecuación (45), sino en la ecuación (43) y ecuación (46). Las transformaciones diferenciales enunciadas en los dos párrafos anteriores son complejas, por eso acá se darán solamente los resultados obtenidos para las dos zonas de validez, ecuación (66) y ecuación (67), quedando que:

Zona 1

$$J_g \leq 0,979(Z + 0,262)^{-0,619} \quad (66)$$

Zona 2

$$J_g > 0,979(Z + 0,262)^{-0,619} \quad (67)$$

Validación experimental del modelo propuesto

Correlación de los modelos

La validación y ajuste de los datos experimentales disponibles permiten obtener dos correlaciones en función del ángulo θ formado entre las líneas de eje del tubo y la horizontal. Para $\theta = 0^\circ$ y $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$ fueron obtenidas la ecuación (68) y ecuación (69), respectivamente.

$$Nu_T = Nu_L \left\{ 4,9x^{0,9} \left[(1-x)^2 + \frac{(1-x)^{0,1}}{Pr_L^{0,37}} \right] \right\}^{0,8} \quad (68)$$

$$Nu_{vert} = 0,943 \left[d^3 \frac{g(\rho_L - \rho_V)h_{fg}}{v_L k_L (T_{sat} - T_P)} \right]^{0,25} \quad (69)$$

La ecuación (69) es la fórmula analítica de Nusselt para la condensación de vapor estacionario en tubos verticales [38]. En la ecuación (68) el número de Nusselt para simple fase Nu_L es calculado mediante la ecuación (70) [39], [40]:

$$Nu_L = \frac{(Re_L - 1000) Pr_L}{84,5B^2 + 116,74B \cdot \left(Pr_L^{\left(\frac{2}{3}\right)} - 1 \right)} \left(\frac{\mu_F}{\mu_P} \right)^N ; B = \log \left(\frac{Re_L}{3,196} \right)^{0,56} \quad (70)$$

Para determinar el intercambio de energía son usadas las ecuaciones (68) y (69), tomando como punto de partida las zonas de validez para tubos verticales e inclinados descendentes dadas anteriormente en las ecuaciones (63) a (65), procediendo de la siguiente manera:

Zona 1

$$Nu = Nu_T \quad (71)$$

Zona 2

$$Nu^2 = (Nu_T)^2 + (Nu_{vert})^2 \quad (72)$$

Zona 3

$$Nu = Nu_{vert} \quad (73)$$

En tubos horizontales la ecuación (72) es válida solo para $Re \geq 3, 5 \cdot 10^4$, pues para valores de $Re < 3, 5 \cdot 10^4$ el término Nu_{vert} es eliminado.

En la [Tabla 1](#) se proporciona un resumen detallado del rango en que las correlaciones propuestas en este trabajo muestran un ajuste satisfactorio.

Tabla 1. Resumen del rango de validez de las correlaciones propuestas.

Parámetros	Rango
Fluido	Agua, R-113, R-123, R-22, R32, R-125, R-134A, R-502, R-507, R-142B, R-404A, R-410A, isobutano, propileno, propano, benceno, etanol, metanol, tolueno y etilenglicol
Diámetro interior del tubo (mm)	2 a 50
Orientación del tubo	Vertical descendente, inclinado descendente y horizontal
Presión Reducida, p_r	0.0008 a 0.91
G (kg/m ² s)	4 a 850
Re_L	68 a 84832
Re_V	8210 a 523980
x (calidad del vapor)	0,01 to 0,99
Z	0,005 a 20
J_g	0,6 a 20

Comparación del modelo con datos experimentales disponibles

Tubos verticales e inclinados descendente

Para la comparación del modelo propuesto con datos experimentales fueron recopilados un total de 937 juegos de datos para el caso de tubos inclinados descendente y verticales [41]. Los datos abarcan un total de 11 tipos de fluidos diferentes, incluyendo líquidos orgánicos, agua y refrigerantes. En la comparación con los datos experimentales, el porcentaje de desviación (error) cometido con el uso de las ecuación (71), ecuación (72) y ecuación (73) es obtenido mediante la ecuación (74), [39]:

$$D_{(\%) } = 100 \cdot \left(\frac{Nu_{\text{exp}} - Nu}{Nu_{\text{exp}}} \right) \quad (74)$$

La [Tabla 2](#) muestra una comparación de la correlación propuesta con datos experimentales disponibles para tubos verticales e inclinados descendente, mientras en la [Figura 3](#) se proporciona de forma gráfica los valores $D_{\%}$ obtenidos para las zonas 1 a la 3, en función de los caudales másicos $\sqrt[4]{G}$.

Tabla 2. Correlación del modelo con datos de tubos verticales e inclinados descendente.

Número de datos	Fluido	d_i (mm)	Ángulo Inclinación θ	G (kg/m ² s)	x	Re_L	Re_v	P_r	Desviación (%)
32	Agua	11,6	90°	16 140	0,70 0,50	692 6145	15686 130000	0,0046	21,3 -12,7
39	Etanol	11,6	60°	16 140	0,70 0,50	715 5998	15686 134474	0,017	20,4 -13,2
45	Tolueno	11,6	90°	32 154	0,50	1505 7141	41976 97587	0,025	20,7 -8,3
26	Metanol	11,6	15°	23 148	0,72 0,50	874 5533	24396 154522	0,016	22,3 -10,4
29	Agua	15,9	90°	22 74	0,99 0,01	660 2300	1320 4560	0,005 0,017	17,1 -8,2
36	Agua	7,4	45°	131 264	0,92 0,06	3827 6567	78853 167186	0,002 0,0062	13,7 -2,1
53	R-113	7,4	30°	37 85	0,16 0,95	2993 5273	11000 19000	0,02 0,09	15,7 -8,3
32	R-113	12,8	90°	18 50	0,98 0,63	1205 1541	50850 141042	0,03 0,034	13,9 -7,8
27	Benceno	18,9	10°	22 146	0,99 0,01	600 2100	1500 5000	0,02 0,021	11,8 9,1
44	Agua	10,0 19,3	60°	12 598	0,50	763 63456	8284 333119	0,036 0,308	11,5 -0,8
37	R-410A	8,0	80°	750	0,74 0,21	13542 76112	17186 408940	0,391 0,495	19,3 -9,2
41	Agua	30,0	60°	4 69	0,75 0,04	408 7474	9173 252428	0,0046	21,8 -0,3
44	Etilenglicol	30,0	75°	4 81	0,98 0,04	65 1464	9534 205932	0,008	16,5 -14,2
68	Agua	8,0	80°	38 160	0,99 0,01	1025 4324	21158 89085	0,031 0,44	15,1 -5,6
65	Metanol	18,5	90°	16 30	0,71 0,53	970 1819	27100 50813	0,016	16,5 -9,4
79 26	Benceno	18,5	20°	25 66 52 88	0,62 0,52 0,60 0,51	1513 3996 3174 5369	49576 130954 104001 175490	0,021 0,024	11,4 -2,8 11,0 -2,3
51	R-134a	2,0	90°	100 200	0,94 0,10	1012 2076	15892 33764	0,16 0,32	18,4 -9,5
62	Propano	15,7	90°	13 162	0,83 0,51	3899 48103	17473 215578	0,657	19,3 -9,1
51	R-22	8,0	60°	90 740	0,8 0,21	3950 27420	51455 403250	0,272 0,315	11,3 -2,1
19	Agua	28,2	90°	2,9	0,90 0,40	173	8210	0,0008	11,2 -7,9
31	Agua	47,5	90°	10	0,94 0,12	2554	32642	0,023	14,5 -6,3
937	Resumen	2 47,5		2,9 598	0,99 0,01	65 63456	1320 403250	0,0008 0,657	22,3 -14,2

En las comparaciones efectuadas fue encontrado que la nueva propuesta correlaciona con los datos experimentales con una desviación media $D_{(\%)}$ de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 45,9% y 92,4% de los datos experimentales disponibles.

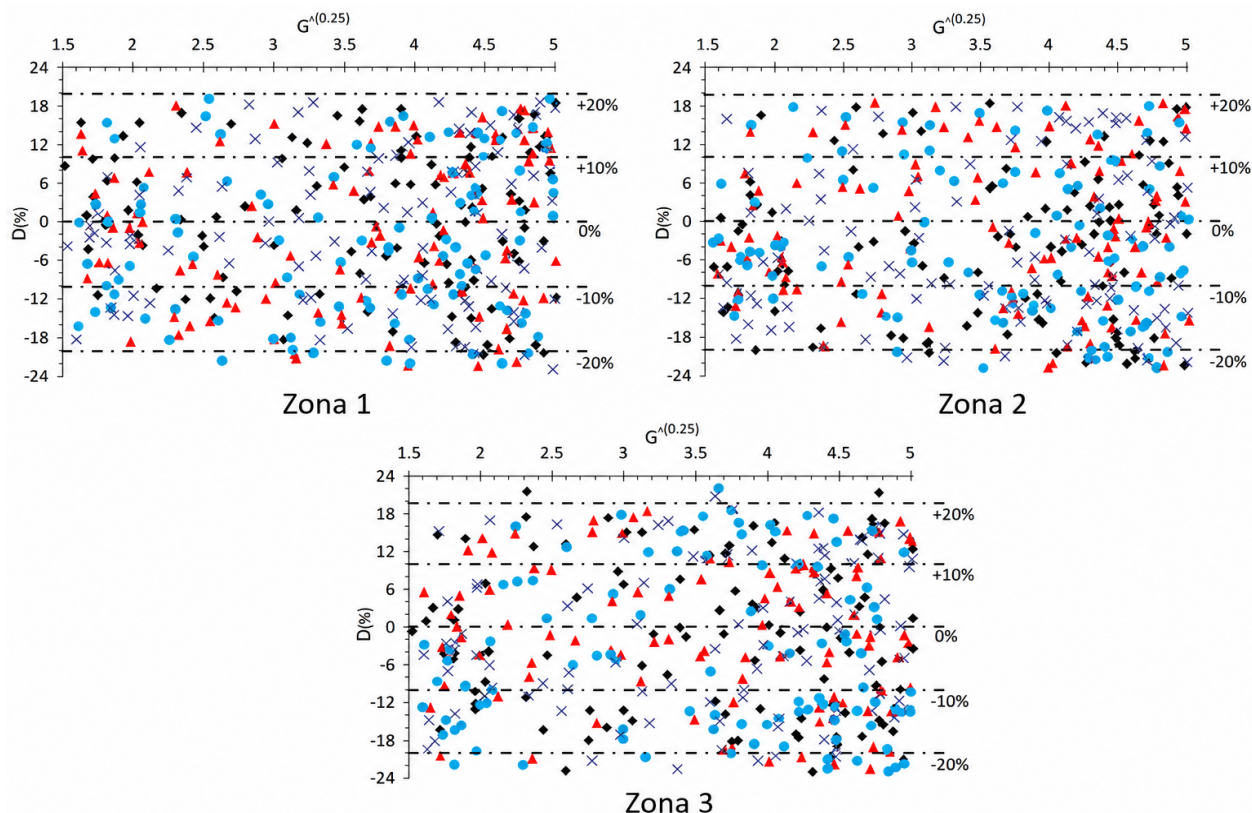


Figura 3. Valores $D_{\%}$ para tubos verticales e inclinados descendente.

En la Zona 1 fueron realizadas 289 comparaciones, encontrando una desviación media de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 47,1% y 91,7% de los datos experimentales disponibles. El mejor ajuste individual fue obtenido para los datos del agua con un error medio de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 59,4% y 96,5% de los datos disponibles, mientras que el peor ajuste fue computado para el Etilenglicol, con una dispersión media de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 39,3% y 71,6% de los datos disponibles.

En la Zona 2 fueron realizadas 315 comparaciones, encontrando una desviación media de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 46,3% y 92,4% de los datos experimentales disponibles. El mejor ajuste fue computado para el Benceno con un error medio de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en los 62,3% y 97,8% de los datos disponibles, mientras que el peor ajuste fue encontrado para los datos disponibles del agua, con un error medio de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 39,1% y 73,4% de los datos.

En la Zona 3 fueron realizadas 333 comparaciones, encontrando una desviación media de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 42,1% y 90,6% de los datos experimentales disponibles. El mejor ajuste individual fue obtenido para los datos del R-113 con un error medio de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 64,2% y 98,4% de los datos disponibles, mientras que el peor ajuste fue computado para el Metanol, con una dispersión media de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 40,6% y 75,2% de los datos disponibles.

Tubos horizontales

Para la comparación del modelo propuesto con datos experimentales fueron recopilados un total de 1012 juegos de datos para el caso de tubos horizontales [41]. Los datos abarcan un total de 15 tipos de fluidos diferentes, incluyendo líquidos orgánicos, agua y refrigerantes. La [Tabla 3](#) presenta una comparación de la correlación propuesta con datos experimentales disponibles para tubos horizontales. En las comparaciones realizadas fue detectado que la nueva propuesta correlaciona con los datos experimentales con una desviación media $D_{(\%)}$ de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 56,3% y 93,6% de los datos experimentales disponibles.

En la Zona 1 fueron realizadas 527 comparaciones, encontrando una desviación media de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 57,2% y 94,2% de los datos experimentales disponibles. El mejor ajuste individual fue obtenido para los datos del R-134a con un error medio de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en los 60,6% y 97,2% de los datos disponibles, mientras que el peor ajuste fue computado para el agua, con una dispersión media de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 41,2% y 70,9% de los datos.

En la Zona 2 fueron realizadas 485 comparaciones, encontrando una desviación media de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 53,8% y 91,4% de los datos experimentales disponibles. El mejor ajuste fue computado para el R-32 con un error medio de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en los 61,4% y 96,5% de los datos disponibles, mientras que el peor ajuste fue encontrado para los datos disponibles del benceno, con un error medio de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 37,6% y 70,7% de los datos.

Tabla 3. Correlación del modelo con datos experimentales de tubos horizontales.

Número de datos	Fluido	d_i (mm)	G (kg/m ² s)	x	Re_L	Re_v	P_r	Desviación (%)
78	Agua	8,0	37 162	0,99 0,01	1025 4324	21168 89185	0,031 0,44	20,3 -9,2
60	Benceno	18,9	22 146	0,99 0,01	595 2120	1500 5000	0,02 0,021	11,4 -8,7
40	Agua	15,9	20 74	0,99 0,01	660 2800	1320 4960	0,005 0,017	6,2 -17,4
30	Agua	49,0	12	0,95 0,58	1808	54415	0,0023	6,6 -1,7
24	R134a	8,8	260 852	0,81 0,09	11573 36500	181808 594373	0,25	13,4 -2,6
36	R-410a	8,8	320 820	0,81 0,09	29822 84827	191929 473824	0,495	15,6 -5,2
38	Benceno	18,9	22 146	0,99 0,01	600 2100	1500 5000	0,02 0,024	8,4 -1,3
47	R-22	12,5	200 635	0,90 0,09	12594 38455	193612 569466	0,235 0,325	16,5 -7,3
37	R-134a	8,0	65 750	0,80 0,28	2630 30349	41320 476769	0,25	8,9 -0,5
37	R-410a	8,0	700 750	0,75 0,20	63542	408940	0,495	20,1 -7,7
53	R-125	8,0	100 750	0,80 0,23	7306 54795	42781 320856	0,559	10,4 -3,6
44	R-32	8,0	100 600	0,80 0,24	8430 50580	55402 332410	0,429	10,4 -3,8
51	R-22	8,0	100 760	0,85 0,20	3903 29270	55842 418882	0,308	5,6 -13,0
23	R-32	8,0	100 300	0,50	8430 25290	55402 166205	0,428	8,4 -11,3
43	R-125	8,0	100 300	0,90 0,15	7306 21918	42781 128342	0,559	13,2 -1,9
35	R-123	8,0	100 300	0,90 0,15	2675 8024	70573 211720	0,042	14,6 -3,7
27	R142b	8,0	100 300	0,92 0,20	4073 12220	72727 218182	0,126	11,1 -1,4
39	R-404a	9,4	200 600	0,88 0,2	28415 84832	96507 275264	0,805 0,907	14,5 -4,2
28	Propileno	8,8	100 300	0,91 0,10	10784 32355	90072 270215	0,354	20,1 -9,8
21	Isobutano	8,8	100 300	0,89 0,10	6882 20646	110913 332239	0,146	18,1 -9,6
27	Propano	8,8	100 300	0,88 0,10	10643 31930	93739 281217	0,322	15,6 -7,3
27	R-22	8,8	100 300	0,90 0,10	4293 12879	61426 187277	0,308	15,1 -6,7
23	R-507	11,0	251 599	0,80 0,10	19844 47455	147434 352565	0,505	15,8 -9,7
58	R-502	11,0	450 600	0,75 0,13	11545 38989	72450 594550	0,411	12,6 -3,9
21	R-134a	2,0	100 200	0,94 0,10	1012 2076	15892 33764	0,16 0,32	13,2 -5,7
65	Metanol	18,9	16 40	0,96 0,06	470 1819	890 3600	0,013 0,014	20,6 -9,1

Tabla 3. Correlación del modelo con datos experimentales de tubos horizontales. (continuación)

Número de datos	Fluido	d_i (mm)	G (kg/m ² s)	x	Re_L	Re_v	P_r	Desviación (%)
1012	Resumen	2,0 49,0	12 852	0,99 0,01	470 84832	900 594550	0,0023 0,907	20,6 -17,4

En la [Figura 4](#) se proporcionan de forma gráfica los valores $D_{\%}$ obtenidos para las zonas 1 y 2, en función de los caudales máxicos $\sqrt[4]{G}$.

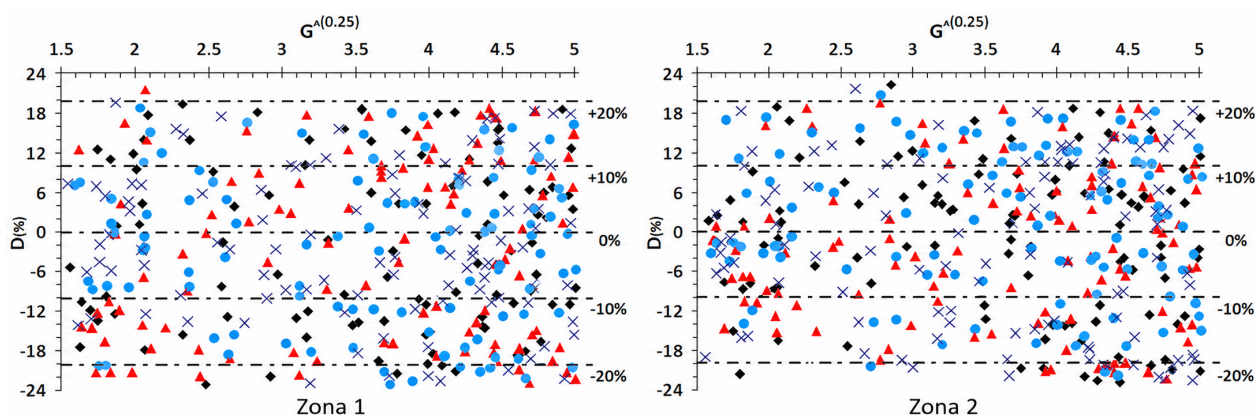


Figura 4. Valores $D_{\%}$ para tubos horizontales.

CONCLUSIONES

Fue propuesto un modelo mejorado para la predicción del intercambio térmico durante la condensación en el interior de tuberías con cualquier orientación geométrica. Los resultados obtenidos con su uso fueron comparados con datos experimentales disponibles para su ajuste y validación.

En la comparación realizada entre el modelo y los datos experimentales fue encontrado que el modelo correlaciona con una desviación media de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 56,3% y 93,6% de los datos experimentales disponibles de tubos horizontales y con una desviación media de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ en el 45,9% y 92,4% de los datos disponibles para tubos verticales e inclinados descendente.

El mejor ajuste zonal fue encontrado para la zona 1 de los tubos horizontales, con una desviación media de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ para el 57,2% y 94,2% de los datos utilizados, respectivamente, mientras el peor ajuste fue detectado en la zona 3 de los tubos verticales e inclinados descendente, con una desviación media de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ para el 42,1% y 90,6% de los datos utilizados.

El mejor ajuste individual fue encontrado para el R-113 en la zona 3 de los tubos verticales e inclinados descendente, con un error medio de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ para el 64,2% y 98,4% de los datos correlacionados, respectivamente. El peor ajuste individual fue computado para el benceno en la zona 2 de los tubos horizontales, con un error medio de $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ para el 37,6% y 70,7% de los datos evaluados, respectivamente.

Financiamiento

Los autores declaran no haber recibido financiamiento para este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] M. M. Shah, "A general correlation for heat transfer during film condensation inside pipes," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 22, no. 4, pp. 547-556, 1979, [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(79\)90058-9](https://doi.org/10.1016/0017-9310(79)90058-9) [↑]
- [2] P. Yang, X. Cao, and J. Liu, "Flow pattern criteria for vapour condensation inside a downward inclined tube," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 190, Art. no. 108324, 2023, <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2023.108324> [↑]
- [3] M. K. Dobson and J. C. Chato, "Condensation in smooth horizontal tubes," *Journal of Heat Transfer*, vol. 120, no. 1, pp. 193-213, 1998, <https://doi.org/10.1115/1.2830043> [↑]
- [4] R. Trincado, I. Ortega, and J. Sieres, "Condensation heat transfer and pressure drop inside tubes with propane (R290) refrigerant: A review of experimental data and correlations," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 256, Art. no. 127975, 2026, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2025.127975> [↑]
- [5] N. Neupane, S. Saranathan, S. Koundinya, and S. Seshadri, "Modelling of condensation heat transfer inside horizontal smooth tubes: A machine learning based predictive approach," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 172, Art. no. 110556, 2026, <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2026.110556> [↑]
- [6] H. Karademir, G. Özçelik, Ö. Açıkgoz, A.S. Dalkılıç, I.T. İnce, J. Meyer, and S. Wongwises, "Comprehensive review on the flow characteristics of two-phase flows in inclined tubes," *Journal of Thermal Engineering*, vol. 7, no. 3, pp. 483-549, 2021, <https://doi.org/10.18186/thermal.887821> [↑]
- [7] Y. Camaraza-Medina, "Methods for the determination of the heat transfer coefficient in air cooled condenser used at biomass power plants," *International Journal of Heat and Technology*, vol. 39, no. 5, pp. 1443-1450, 2021, <https://doi.org/10.18280/ijht.390505> [↑]
- [8] Z. Ma, Y. Li, G. Liu, J. Yang, and J. Wang, "Experimental study on condensation heat transfer of water-ethanol vapour mixtures inside inclined tubes," *Progress in Nuclear Energy*, vol. 180, Art. no. 105577, 2025, <https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2024.105577> [↑]
- [9] Y. Camaraza-Medina, A. Hernandez-Guerrero, J.L. Luviano-Ortiz, O.M. Cruz-Fonticiella, and O. F. García-Morales, "Mathematical deduction of a new model for calculation of heat transfer by condensation inside pipes," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 141, pp. 180-190, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.06.076> [↑]
- [10] M.M. Shah, "Prediction of heat transfer during condensation in inclined plain tubes," *Applied Thermal Engineering*, vol. 94, pp. 82-89, 2016, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2015.10.122> [↑]
- [11] A.O. Adelaja, D.R.E. Ewim, J. Dirker, and J.P. Meyer, "An improved heat transfer correlation for condensation inside inclined smooth tubes," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 117, Art. no. 104746, 2020, <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2020.104746> [↑]
- [12] D.R.E. Ewim, A.O. Adelaja, E.J. Onyiriuka, J.P. Meyer, and Z. Huan, "Modelling of heat transfer coefficients during condensation inside an enhanced inclined tube," *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, vol. 146, no. 1, pp. 103-115, 2021, <https://doi.org/10.1007/s10973-020-09930-2> [↑]

- [13] S. Lips and J.P. Meyer, "Experimental study of convective condensation in an inclined smooth tube. Part I: Inclination effect on flow pattern and heat transfer coefficient, " *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, no. 1-3, pp. 395-404, 2012, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.09.033> [†]
- [14] T. Ahn, J. Kang, S. Nam, J.J. Jeong, and B. Yun, "Experimental investigation of the steam condensation heat transfer in the presence of non-condensable gas inside a vertical tube, " *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 161, Art. no. 108407, 2025, <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2024.108407> [†]
- [15] A. Kumar, R. Kumar, and A.K. Das, "Numerical simulation of flow condensation inside smooth and structured tubes, " *International Journal of Refrigeration*, vol. 146, pp. 202-213, 2023, <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2022.10.028> [†]
- [16] S.A. Nada and H.M.S. Hussein, "General semi-empirical correlation for condensation of vapor on tubes at different orientations, " *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 100, pp. 391-400, 2016, <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2015.10.023> [†]
- [17] V. Rifert, V. Sereda, V. Gorin, P. Barabash, and A. Solomakha, "Heat transfer during film condensation inside plain tubes. Review of experimental research, " *Heat and Mass Transfer*, vol. 56, pp. 691-713, 2020, <https://doi.org/10.1007/s00231-019-02744-5> [†]
- [18] Y. Camaraza-Medina, A. Hernandez-Guerrero, J.L. Luviano-Ortiz, K. Mortensen-Carlson, O.M. Cruz-Fonticiella, and O.F. García-Morales, "New model for heat transfer calculation during film condensation inside pipes, " *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 128, pp. 344-353, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.09.012> [†]
- [19] L. E. O'Neill, R. Balasubramaniam, H.K. Nahra, M.M. Hasan, and I. Mudawar, "Flow condensation heat transfer in a smooth tube at different orientations: Experimental results and predictive models, " *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 140, pp. 533-563, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.05.103> [†]
- [20] A. Kumar, R. Kumar, and A.K. Das, "An inclusive review on structural enhancement techniques in forced condensation inside tubes, " *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 106, Art. no. 109297, 2024, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2024.109297> [†]
- [21] F. Xing, J. Xu, J. Xie, H. Liu, Z. Wang, and X. Ma, "Froude number dominates condensation heat transfer of R245fa in tubes: Effect of inclination angles, " *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 71, pp. 98-115, 2015, <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2015.01.005> [†]
- [22] D.B. Marchetto, M.M. Marinheiro, A.T. de Souza Netto, G. Furlan, G. Ribatski, J.R. Thome, and C.B. Tibirica, "Condensation flow inside tubes: A review of heat transfer coefficient measurement techniques, experimental databases and prediction methods, " *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 160, Art. no. 111298, 2023, <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2024.111298> [†]
- [23] V. Rifert, V. Gorin, V. Sereda, and V. Treputnev, "Improving methods to calculate heat transfer during the condensation inside tubes, " *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, vol. 92, pp. 797-804, 2019, <https://doi.org/10.1007/s10891-019-01988-6> [†]
- [24] A. Pusey, D. Kwack, and H. Kim, "Heat transfer coefficient and cross-sectional flow structure in condensation of steam in an inclined tube at a low mass flux, " *Experimental Thermal and Fluid Science*,

- vol. 127, Art. no. 110414, 2021, <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2021.110414> [†]
- [25] P. Yang, X. Cao, and J. Liu, "Flow pattern criteria for vapor condensation inside a downward inclined tube," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 190, Art. no. 108324, 2023, <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2023.108324> [†]
- [26] D.R.E. Ewim, M. Mehrabi, and J.P. Meyer, "Modeling of heat transfer coefficients during condensation at low mass fluxes inside horizontal and inclined smooth tubes," *Heat Transfer Engineering*, vol. 42, no. 8, pp. 683-694, 2021, <https://doi.org/10.1080/01457632.2020.1723844> [†]
- [27] Y. Camaraza-Medina, A. Hernandez-Guerrero, and J.L. Luviano-Ortiz, "View factor for radiative heat transfer calculations between triangular geometries with common edge," *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, vol. 148, no. 10, pp. 4523-4539, 2023, <https://doi.org/10.1007/s10973-023-11975-y> [†]
- [28] W. Li, W. Feng, X. Liu, J. Li, B. Cao, B. Dou, J. Zhang, and D.J. Kukulka, "Condensation heat transfer and pressure drop characteristics inside smooth and enhanced tubes with R410A and R32," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 214, Art. no. 124419, 2023, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.124419> [†]
- [29] D. Jung, K.-h. Song, Y. Cho, and S.-j. Kim, "Flow condensation heat transfer coefficients of pure refrigerants," *International Journal of Refrigeration*, vol. 26, no. 1, pp. 4-11, 2003, [https://doi.org/10.1016/S0140-7007\(02\)00082-8](https://doi.org/10.1016/S0140-7007(02)00082-8) [†]
- [30] A. Cavallini, G. Censi, D. Del Col, L. Doretti, G.A. Longo, L. Rossetto, and C. Zilio, "Condensation inside and outside smooth and enhanced tubes, a review of recent research," *International Journal of Refrigeration*, vol. 26, no. 4, pp. 373-392, 2003, [https://doi.org/10.1016/S0140-7007\(02\)00150-0](https://doi.org/10.1016/S0140-7007(02)00150-0) [†]
- [31] D. Del Col, M. Bortolato, M. Azzolin, and S. Bortolin, "Effect of inclination during condensation inside a square cross section minichannel," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 78, pp. 760-777, 2014, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.06.078> [†]
- [32] A.O. Adelaja, J. Dirker, and J.P. Meyer, "Experimental study of the pressure drop during condensation in an inclined smooth tube at different saturation temperatures," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 105, pp. 237-251, 2017, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.09.098> [†]
- [33] Y. Camaraza-Medina, "New perspective for heat transfer evaluation during film condensation inside tubes," *International Journal of Heat and Technology*, vol. 39, no. 2, pp. 390-402, 2021, <https://doi.org/10.18280/ijht.390208> [†]
- [34] S.M.A. Noori Rahim AbadiAbadi, J.P. Meyer, and J. Dirker, "Numerical simulation of condensation inside an inclined smooth tube," *Chemical Engineering Science*, vol. 182, pp. 132-145, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.ces.2018.02.043> [†]
- [35] D. R. E. Ewim, J. P. Meyer, and S. M. A. Noori Rahim Abadi, "Condensation heat transfer coefficients in an inclined smooth tube at low mass fluxes," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 123, pp. 455-467, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.02.091> [†]
- [36] M. M. Shah, "Improved correlation for heat transfer during condensation in inclined tubes," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 216, Art. no. 124607, 2023,

<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.124607> [†]

- [37] P. Yang, X. Cao, J. Liu, and S. Zhou, “Experimental study of steam condensation heat transfer in an inclined tube at low mass fluxes, ” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 224, Art. no. 125257, 2024, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2024.125257> [†]
- [38] Y. Camaraza-Medina, A. Hernandez-Guerrero, and J. L. Luviano-Ortiz, “Heat transfer modeling during condensation inside tubes with arbitrary geometrical orientations, ” *Heat Transfer*, vol. 54, no. 6, pp. 4124-4138, 2025, <https://doi.org/10.1002/htj.23403> [†]
- [39] Y. Camaraza-Medina, K. Mortensen-Carlson, P. Guha, A.M. Rubio-Gonzales, O.M. Cruz-Fonticiella, and O.F. García-Morales, “Suggested model for heat transfer calculation during fluid flow in single phase inside pipes (II), ” *International Journal of Heat and Technology*, vol. 37, no. 1, pp. 257-266, 2019, <https://doi.org/10.18280/ijht.370131> [†]
- [40] Y. Camaraza-Medina, A. M. Rubio-Gonzales, O. M. Cruz-Fonticiella, and O. F. García-Morales, “Simplified analysis of heat transfer through a finned tube bundle in air cooled condenser, ” *Mathematical Modelling of Engineering Problems*, vol. 5, no. 3, pp. 237-242, 2018, <https://doi.org/10.18280/mmep.050316> [†]
- [41] Y. Camaraza, *Introducción a la termotransferencia*, La Habana, Cuba: Editorial Universitaria, 2017, pp. 1045–1062. [En línea]. Disponible en: <https://bit.ly/44PcgsO> [†]