

Dificultades de estudiantes de ingeniería en la resolución de tareas de modelización matemática: el caso de álgebra lineal

Engineering students' difficulties in solving mathematical modelling tasks: the case of linear algebra

Andrea Cárcamo Bahamonde^{1*}  <https://orcid.org/0000-0001-5782-3479>

Claudio Fuentealba Aguilera¹  <https://orcid.org/0000-0001-8071-5150>

Recibido 19 de octubre de 2025, aceptado 29 de diciembre de 2025

Received: October 19, 2025 Accepted: December 29, 2025

RESUMEN

Este estudio identifica las dificultades que enfrentan estudiantes de primer año de ingeniería al resolver una tarea de modelización matemática en el curso de Álgebra Lineal. Se adoptó una metodología cualitativa sustentada en la investigación basada en el diseño, que incluyó tres fases: preparación del experimento, implementación de una tarea de modelización contextualizada en sostenibilidad, y análisis retrospectivo. Participaron 62 estudiantes de las carreras de Ingeniería en Construcción e Ingeniería Civil en Obras Civiles, organizados en 17 grupos de trabajo. Se recopiló datos mediante la evaluación de protocolos escritos usando una rúbrica analítica, un cuestionario de percepción estudiantil y observaciones del investigador. Los resultados evidencian tres dificultades principales: usar herramientas matemáticas pertinentes; interpretar los resultados obtenidos en relación con el contexto real del problema; y coordinar el trabajo grupal durante la resolución de la tarea. Estas dificultades se manifestaron de manera consistente tanto en las percepciones estudiantiles como en sus producciones escritas, donde se observaron errores conceptuales en el uso de matrices y desconexión entre resultados numéricos y su significado contextual. El estudio aporta evidencia empírica sobre las dificultades específicas que enfrentan los estudiantes en la resolución de tareas de modelización matemática, proporcionando una base fundamentada para el diseño de intervenciones pedagógicas dirigidas a fortalecer estas competencias en la formación inicial de ingenieros.

Palabras clave: Modelización matemática, educación en ingeniería, Álgebra Lineal, resolución de problemas.

ABSTRACT

This study examines the challenges first-year engineering students encounter when solving a mathematical modelling task in a Linear Algebra course. A qualitative methodology based on design-based research was employed, comprising three phases: experimental preparation, implementation of a sustainability-contextualized modelling task, and retrospective analysis. A total of 62 students from Construction Engineering and Civil Engineering programs participated and were organized into 17 work groups. Data collection involved the evaluation of written protocols with an analytical rubric, administering a student perception questionnaire, and conducting researcher observations. The results indicate three

¹ Universidad Austral de Chile. Centro de Docencia de Ciencias Básicas para Ingeniería. Valdivia, Chile.

E-mail: andrea.carcamo@uach.cl; cfuentealba@uach.cl

* Autor de correspondencia: andrea.carcamo@uach.cl

primary difficulties: applying appropriate mathematical tools; interpreting results within the real-world context of the problem; and coordinating group work during task resolution. These challenges were consistently evident in both student perceptions and written work, which demonstrated conceptual errors in the matrix usage and insufficient connection between numerical results and their contextual meaning. This study provides empirical evidence of the specific challenges' students encounter when solving mathematical modelling tasks, laying the foundation for designing pedagogical interventions to enhance these competencies in early engineering education.

Keywords: *Mathematical modelling, engineering education, Linear Algebra, problem solving.*

INTRODUCCIÓN

El Álgebra Lineal constituye un componente fundamental en la formación de futuros ingenieros, ya que proporciona herramientas conceptuales y operativas que sustentan diversas aplicaciones tecnológicas en campos como la ingeniería eléctrica, mecánica, industrial y civil. Sin embargo, diversos estudios han evidenciado que los estudiantes de ingeniería presentan persistentes dificultades para comprender y aplicar los conceptos de esta disciplina, particularmente en contextos que exigen interpretación, abstracción y aplicación práctica [1], [2]. Estas dificultades no solo comprometen el rendimiento académico, sino que también limitan la capacidad de los estudiantes para transferir el conocimiento matemático a situaciones reales de su futura práctica profesional [3].

La modelización matemática, entendida como el proceso de traducir situaciones del mundo real a representaciones matemáticas para analizarlas y proponer soluciones, ha sido ampliamente reconocida como una estrategia didáctica efectiva para promover aprendizajes significativos en matemáticas aplicadas a la ingeniería [4], [5]. Su implementación en cursos iniciales permite vincular conceptos abstractos del Álgebra Lineal con problemas contextualizados, incrementando la motivación del estudiantado y desarrollando competencias clave para su desempeño profesional, tales como la interpretación de resultados, el trabajo colaborativo y la toma de decisiones fundamentadas [6], [7].

En Chile, diversas reformas educativas han impulsado la necesidad de innovar en la enseñanza de las matemáticas para ingeniería, promoviendo metodologías activas centradas en el estudiante [8]. En este marco, la incorporación de tareas de modelización matemática constituye una respuesta

pedagógica con alto potencial para superar enfoques centrados exclusivamente en la aplicación mecánica de algoritmos y avanzar hacia una formación más crítica, contextualizada e interdisciplinaria [4], [9]. A pesar de los esfuerzos por introducir este tipo de enfoques en cursos de Álgebra Lineal, persiste una brecha importante en la literatura respecto a la caracterización específica de las dificultades que enfrentan los estudiantes al resolver tareas de modelización matemática en este ámbito disciplinar [10].

La identificación precisa de estas dificultades resulta fundamental para diseñar intervenciones pedagógicas pertinentes y eficaces que contribuyan a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en contextos universitarios [11]. En este contexto, el presente estudio tiene como objetivo identificar las dificultades que enfrentan estudiantes de primer año de ingeniería al resolver una tarea de modelización matemática en el curso de Álgebra Lineal. A partir del análisis de una experiencia didáctica implementada con estudiantes de ingeniería, se busca aportar evidencia empírica que permita comprender los principales obstáculos cognitivos y organizativos que emergen durante la resolución de tareas de modelización, proporcionando orientaciones específicas para el diseño de intervenciones pedagógicas dirigidas a fortalecer estas competencias en la formación inicial de ingenieros.

ENFOQUE TEÓRICO

El marco teórico de este estudio se estructura en tres ejes que sustentan la investigación: la modelización matemática como competencia clave en la formación de ingenieros, las subcompetencias específicas que integran la competencia de modelización matemática, y las dificultades reportadas en la literatura sobre la

resolución de tareas de modelización matemática en contextos de Álgebra Lineal para ingeniería.

Modelización matemática en la formación de ingenieros

La modelización matemática constituye un proceso cognitivo complejo que involucra la traducción bidireccional entre situaciones del mundo real y representaciones matemáticas formales. En el contexto de la educación en ingeniería, esta competencia trasciende la mera aplicación de algoritmos y se posiciona como una habilidad fundamental para el análisis, diseño y resolución de problemas de la práctica profesional [4].

La incorporación de la modelización matemática en cursos de matemáticas para ingeniería favorece el desarrollo del pensamiento crítico y la capacidad de abstracción [6]. Particularmente en Álgebra Lineal, la modelización permite vincular conceptos abstractos como matrices, vectores y transformaciones lineales con aplicaciones concretas en sistemas de ingeniería, optimización de recursos y análisis de redes [2].

En el ámbito de la investigación en didáctica de la matemática se distingue entre diferentes enfoques de modelización matemática según su propósito educativo. El enfoque realístico enfatiza la autenticidad de los problemas y la relevancia contextual, mientras que el enfoque didáctico prioriza el aprendizaje de contenidos matemáticos específicos a través de situaciones modelizadas [6]. En este estudio se adopta una perspectiva integradora que reconoce ambos propósitos, alineándose con las recomendaciones contemporáneas para la formación en ingeniería que demandan tanto el rigor matemático como la aplicación a contextos reales [3].

Subcompetencias del proceso de modelización matemática

El proceso de modelización matemática ha sido conceptualizado como un ciclo iterativo que involucra múltiples subcompetencias interrelacionadas. Siguiendo el marco teórico propuesto por diversos autores [6], [11], se identifican cinco subcompetencias centrales que forman la base para el desarrollo de la competencia de modelización matemática.

La primera subcompetencia corresponde a la simplificación (o comprensión del problema del mundo real), que implica comprender el problema

contextual, hacer suposiciones apropiadas y construir un modelo simplificado de la realidad. En esta fase inicial, los estudiantes deben reconocer las cantidades que influyen en la situación, identificar variables clave, construir relaciones entre variables y distinguir entre información relevante e irrelevante [6]. Esta etapa es crítica para el éxito posterior del proceso, ya que una comprensión deficiente del problema conduce inevitablemente a modelos inadecuados [11].

La segunda subcompetencia se refiere a la matematización (o creación del modelo matemático), que consiste en la traducción del modelo del mundo real a un modelo matemático formal. Esta subcompetencia requiere matematizar las cantidades relevantes y sus relaciones, elegir notaciones matemáticas apropiadas y representar la situación en lenguaje matemático [6]. Los estudiantes deben demostrar flexibilidad en el manejo de diferentes registros de representación y capacidad para establecer correspondencias entre elementos contextuales y estructuras matemáticas.

La tercera subcompetencia involucra el trabajo matemático o resolución del modelo matemático, que implica la aplicación de conocimientos y habilidades matemáticas para resolver el problema dentro del modelo matemático. Esta subcompetencia incluye el uso de estrategias como la división del problema en subproblemas, el establecimiento de relaciones con problemas similares y la reformulación cuando sea necesario [6]. En Álgebra Lineal, esto comprende operaciones con matrices, resolución de sistemas de ecuaciones lineales y otros procedimientos algebraicos específicos.

La cuarta subcompetencia corresponde a la interpretación (o traducción de resultados al contexto real) que requiere interpretar los resultados matemáticos en contextos extra-matemáticos, generalizar soluciones desarrolladas para situaciones específicas y comunicar las soluciones usando lenguaje apropiado [6]. Esta fase demanda competencias metacognitivas y capacidad de argumentación contextualizada, evaluando el significado práctico de los resultados obtenidos.

Finalmente, la quinta subcompetencia se relaciona con la validación (o cuestionamiento y refinamiento del modelo), que consiste en verificar críticamente y reflexionar sobre las soluciones encontradas, revisar

partes del modelo cuando las soluciones no se ajustan a la situación real y considerar formas alternativas de resolver el problema [6]. Esta subcompetencia es relevante en contextos de ingeniería, donde la validación empírica y la consideración de restricciones técnicas son fundamentales [2].

Dificultades en la resolución de tareas de modelización matemática en Álgebra Lineal

La investigación específica sobre dificultades que enfrentan los estudiantes al resolver tareas de modelización matemática en Álgebra Lineal es limitada, pues se encuentran principalmente estudios aislados que abordan aspectos particulares de esta problemática. Sin embargo, los hallazgos disponibles proporcionan indicios sobre las dificultades que emergen en este contexto.

En el ámbito del Álgebra Lineal, investigaciones recientes muestran que los estudiantes universitarios frecuentemente aplican operaciones matriciales de manera mecánica, sin comprender el significado contextual de estas operaciones ni la pertinencia de los resultados obtenidos [2]. Estos estudios destacan que esta desconexión entre procedimientos matemáticos y significado contextual constituye una barrera para el desarrollo de subcompetencias de modelización efectivas. Adicionalmente, se ha identificado la necesidad de reforzar el proceso de validación en los estudiantes, observando que algunos no logran desarrollar adecuadamente esta subcompetencia de modelización matemática [2].

Desde una perspectiva más amplia, estudios sobre modelización matemática en contextos de ingeniería han identificado que los estudiantes suelen mantener una aproximación algorítmica a la resolución de problemas, donde privilegian la aplicación de procedimientos memorizados por sobre la comprensión conceptual y la reflexión crítica [8]. Esta tendencia se ve acentuada en cursos iniciales de matemáticas, donde los estudiantes aún están desarrollando la capacidad de vincular conocimientos teóricos con aplicaciones prácticas.

El diseño instruccional de las tareas de modelización puede influir significativamente en las dificultades que experimentan los estudiantes, por lo que la provisión de andamiajes apropiados, como planes de solución estructurados, puede facilitar el proceso de modelización sin comprometer la autonomía estudiantil [10]. Sin embargo, el equilibrio entre

soporte y desafío continúa siendo un área que requiere mayor investigación, especialmente en el contexto específico del Álgebra Lineal.

En el contexto latinoamericano, se ha señalado que factores como la preparación matemática previa de los estudiantes y las características del diseño curricular pueden influir en el desarrollo de competencias de modelización matemática en carreras de ingeniería [4]. Aunque estos hallazgos no se centran exclusivamente en Álgebra Lineal, proporcionan indicios sobre variables contextuales que podrían afectar el desempeño estudiantil en tareas de modelización matemática en este dominio.

La convergencia de estos hallazgos, aunque limitados, sugiere la necesidad de investigaciones más sistemáticas que caractericen con mayor precisión las dificultades específicas que experimentan los estudiantes al abordar tareas de modelización matemática en Álgebra Lineal. Esta carencia en la literatura especializada fundamenta la relevancia de esta investigación orientada a generar evidencia empírica sobre esta problemática particular.

METODOLOGÍA

Este estudio adoptó un enfoque cualitativo fundamentado en la metodología de investigación basada en el diseño que permite generar conocimiento educativo en contextos reales mediante la interacción entre teoría y práctica. Esta metodología es apropiada para investigar procesos de enseñanza-aprendizaje complejos como la modelización matemática, ya que facilita el diseño, implementación y análisis iterativo de intervenciones educativas [13]. Siguiendo la propuesta de Gravemeijer y van Eerde [12], esta investigación se desarrolló en tres fases: preparación del experimento, experimento de enseñanza y análisis retrospectivo. Estas fases se articularon para diseñar, implementar y analizar una tarea de modelización matemática contextualizada en sostenibilidad.

Participantes y contexto

La implementación se realizó en el curso de Álgebra Lineal impartido a estudiantes de primer año de las carreras de Ingeniería en Construcción e Ingeniería Civil en Obras Civiles de una universidad chilena. Participaron 62 estudiantes, organizados en 17 grupos de 3 a 4 integrantes cada uno.

Los participantes habían estudiado previamente contenidos curriculares relativos a operaciones con matrices, sistemas de ecuaciones lineales y conceptos básicos de vectores, lo que sugiere la disponibilidad de conocimientos matemáticos mínimos para abordar la tarea. No obstante, el estudio no incluyó un diagnóstico estandarizado de preparación matemática previa ni recolectó variables sociodemográficas, por lo que no fue posible analizar cómo la heterogeneidad inicial pudo asociarse a las dificultades observadas. El contexto geográfico de aplicación fue la ciudad de Valdivia, Chile, donde residen los estudiantes, lo cual permitió contextualizar la tarea en problemáticas locales reconocibles.

Fase 1: Preparación del experimento

Durante esta fase inicial se diseñó una tarea de modelización matemática que requería estimar el costo económico de un proyecto orientado a mejorar la sostenibilidad de viviendas en la ciudad de Valdivia. El diseño de la tarea consideró múltiples marcos teóricos y referentes empíricos: el ciclo de modelización matemática [6], las subcompetencias de modelización [11], las recomendaciones de andamiaje para tareas de modelización [10], ejercicios adaptados de textos especializados en Álgebra Lineal, y la incorporación de los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) promovidos por UNESCO [15].

La tarea fue estructurada para requerir la aplicación de conocimientos de matrices en un contexto real que demandara las cinco subcompetencias de la competencia de modelización: simplificación del problema contextual, matematización de las relaciones relevantes, resolución del modelo matemático, interpretación de resultados en el contexto original, y validación crítica de las soluciones obtenidas [6], [11]. Adicionalmente, se consideró el instrumento de apoyo denominado “plan de solución” [10] para proporcionar andamiaje estructurado sin comprometer la autonomía estudiantil. Este instrumento contenía orientaciones generales sobre las etapas del proceso de resolución, sin especificar procedimientos matemáticos concretos.

Fase 2: Implementación del experimento de enseñanza

La implementación se realizó durante una sesión de trabajo grupal de 90 minutos en el contexto del curso de Álgebra Lineal. Cada grupo recibió el enunciado

de la tarea de modelización junto con el plan de solución como material de apoyo. Los estudiantes trabajaron de manera autónoma en sus grupos, mientras el investigador registraba observaciones sistemáticas del proceso de resolución siguiendo un protocolo estructurado.

Durante la implementación se recopilaban tres fuentes principales de datos. Primero, los protocolos escritos de resolución elaborados por cada grupo, que constituyen la evidencia tangible del proceso de modelización desarrollado. Segundo, las observaciones directas del investigador durante el trabajo grupal, registradas mediante notas de campo estructuradas que se centraron en identificar dificultades, estrategias de resolución y dinámicas de trabajo colaborativo. Tercero, un cuestionario de percepción estudiantil aplicado inmediatamente después de completar la tarea.

El cuestionario aplicado para recoger percepciones estudiantiles sobre la experiencia de modelización fue sometido a validación de contenido con el método de juicio de expertos [16], [17]. Se invitó a tres especialistas en educación matemática universitaria, quienes evaluaron la claridad, relevancia y congruencia de las preguntas con los objetivos del estudio. Con base en sus valoraciones se calculó el Índice de Validez de Contenido de cada ítem, obteniéndose un valor promedio de 0,87, indicador de alto acuerdo entre jueces.

Fase 3: Análisis retrospectivo

Para identificar las dificultades manifestadas por los estudiantes durante la resolución de la tarea de modelización se emplearon diferentes fuentes complementarias de datos que fueron trianguladas para enriquecer la validez y profundidad de los hallazgos. Los protocolos escritos de los 17 grupos fueron evaluados mediante una rúbrica analítica que consideró descriptores para evaluar las cinco subcompetencias de la competencia de modelización y reflexionar sobre la sostenibilidad. Esta rúbrica fue validada por juicio de expertos en didáctica de la matemática y educación en ingeniería. La validación de contenido se realizó mediante juicio de expertos, siguiendo las orientaciones de Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez [16], quienes proponen un proceso sistemático que considera la selección de jueces, la definición de criterios de evaluación y el análisis de concordancia. Participaron tres expertos

con formación en didáctica de la matemática y uno en educación en ingeniería, seleccionados según su trayectoria académica y experiencia investigativa. Cada experto evaluó la claridad, pertinencia, coherencia interna y representatividad de los descriptores de la rúbrica mediante una planilla de valoración tipo Likert (1-4). Los datos se analizaron con el índice de concordancia de Kendall ($W = 0,83$), indicando alto nivel de acuerdo. La rúbrica se ajustó a partir de las sugerencias consensuadas.

Adicionalmente, las observaciones del investigador durante la implementación fueron registradas siguiendo un protocolo estructurado que consideró aspectos como: estrategias de resolución empleadas, dificultades emergentes, dinámicas de trabajo grupal y comentarios espontáneos de los estudiantes. Estas observaciones permitieron complementar y contextualizar los datos obtenidos mediante los otros instrumentos de recolección.

El análisis de datos integró aproximaciones cuantitativas y cualitativas mediante un proceso sistemático de triangulación. Los protocolos grupales fueron analizados mediante las puntuaciones obtenidas en cada dimensión de la rúbrica analítica, lo que permitió identificar patrones comunes de desempeño, áreas de mayor dificultad, y tipos de errores más frecuentes. Se calcularon estadísticos descriptivos para caracterizar el desempeño general y específico por dimensiones, proporcionando una visión panorámica del rendimiento estudiantil en la tarea de modelización.

Paralelamente, las respuestas al cuestionario de percepción fueron categorizadas siguiendo técnicas de análisis de contenido cualitativo [14]. Este proceso involucró la codificación inductiva de las respuestas estudiantiles, la identificación de categorías emergentes y la cuantificación de la frecuencia de aparición de cada categoría identificada. Las observaciones del investigador fueron analizadas mediante técnicas similares, identificando patrones recurrentes y eventos significativos que enriquecieron la comprensión del proceso de resolución desarrollado por los estudiantes.

Finalmente, los resultados cuantitativos y cualitativos fueron integrados mediante un proceso de triangulación que buscó identificar convergencias y divergencias entre las diferentes fuentes de

datos. Esta integración permitió obtener una comprensión de las dificultades estudiantiles y fortalecer la validez de los hallazgos mediante la confirmación cruzada de evidencias provenientes de múltiples fuentes. El análisis se orientó hacia la identificación de dificultades asociadas a las diferentes subcompetencias de la competencia de modelización matemática, proporcionando evidencia empírica sobre los obstáculos que enfrentan los estudiantes de ingeniería al resolver tareas de modelización en el contexto del curso de Álgebra Lineal.

RESULTADOS

Del análisis de los datos, se identificaron tres dificultades principales que enfrentan los estudiantes de primer año de ingeniería al resolver tareas de modelización matemática en Álgebra Lineal: aplicar y usar apropiadamente las herramientas matemáticas, interpretar los resultados matemáticos en el contexto real del problema, y organizarse como grupo de trabajo durante el proceso de resolución. Estas dificultades emergieron de manera consistente tanto en las percepciones estudiantiles como en el análisis de sus producciones escritas.

Los resultados se presentan organizados según las fuentes de datos recolectadas durante la implementación de la tarea de modelización matemática. En primer lugar, se presentan las dificultades identificadas a través de las percepciones estudiantiles mediante el cuestionario de opinión abierta. Posteriormente, se muestran las evidencias obtenidas del análisis de los protocolos escritos utilizando la rúbrica analítica. Finalmente, se presenta la triangulación de ambas fuentes para establecer las convergencias y divergencias en la identificación de dificultades durante el proceso de resolución de tareas de modelización matemática en Álgebra Lineal.

Dificultades identificadas a través de las percepciones estudiantiles

Algunos estudiantes mencionaron dificultades con la resolución de la tarea de modelización. Estas dificultades se relacionaron con el ciclo de modelización matemática (comprender el enunciado del problema, usar apropiadamente la matemática, interpretar los resultados matemáticos al contexto real) y con la organización del grupo. Las dificultades

que los estudiantes más mencionaron se relacionaron con usar la matemática vinculada con la tarea, mientras que la dificultad menos frecuente fue la organización como grupo. En la Tabla 1 se presentan las dificultades detectadas y ejemplos de respuestas de los estudiantes.

La Figura 1 muestra la distribución porcentual de las dificultades percibidas por los estudiantes. Se observa

que la categoría “Uso de las matemáticas” concentra la mayor proporción de respuestas (38%), seguida de “Enunciado del problema” (26%), “Interpretación de resultados” (21%) y “Organización grupal” (15%). Esta representación gráfica permite apreciar de manera sintética la jerarquía de dificultades identificadas a partir del cuestionario de percepción estudiantil y observar patrones de frecuencia que complementan la información presentada en la Tabla 1.

Tabla 1. Categorización de dificultades percibidas por los estudiantes durante la resolución de la tarea de modelización matemática.

Categoría	Dificultad específica	Ejemplo de lo manifestado por el estudiante	Nº estudiantes	Porcentaje
Enunciado del problema	Información no relevante de los datos.	“Había mucha información irrelevante que me distraía del objetivo principal”.	10	26%
	Identificar el método para resolver el problema.	“El problema no especificaba qué método debía usarse”.		
Usar las matemáticas	Usar matrices	“Si, ya que tuvimos que utilizar matrices, multiplicar, entre otros”.	15	38%
	Diferentes métodos para resolver el problema.	“se debe a que hay más de una forma de llegar a el resultado final por lo tanto todos teníamos el mismo resultado, pero con desarrollo diferente”.		
Interpretar los resultados	la magnitud o cantidad de los valores.	“Porque eran valores grandes”, “Eran muchos números con los que tratar”.	8	21%
Organizarnos como grupo	Distribuir los roles de los integrantes.	“Solo al inicio al definir roles”, “Nos costó dividir el trabajo, pero luego lo logramos con éxito”.	6	15%

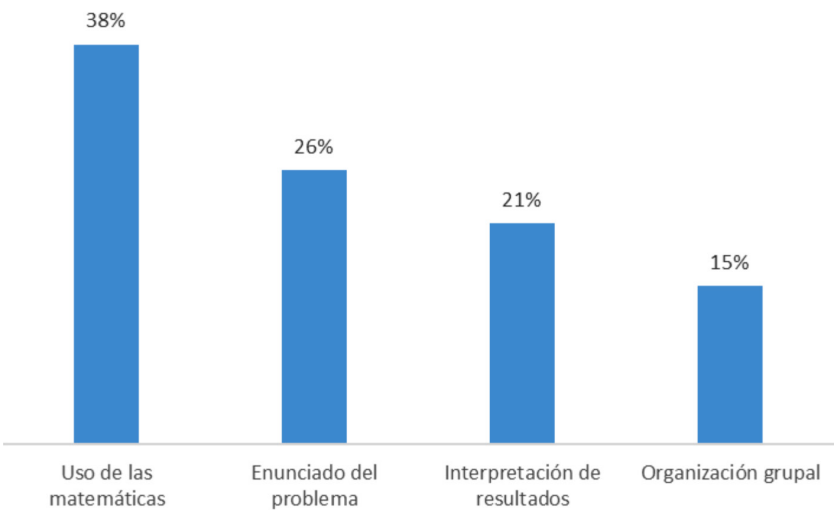


Figura 1. Distribución porcentual de las dificultades percibidas por los estudiantes durante la resolución de la tarea de modelización matemática (n = 39 respuestas categorizadas; Tabla 1).

La dificultad reportada con mayor frecuencia estuvo relacionada con usar apropiadamente las matemáticas (38%), específicamente relacionada con el uso de matrices y la selección entre múltiples métodos de resolución disponibles. Esta dificultad se asocia directamente con la subcompetencia de trabajo matemático del ciclo de modelización matemática, donde los estudiantes deben aplicar conocimientos y habilidades matemáticas para resolver el problema dentro del modelo matemático ya establecido. En tanto, las dificultades con el enunciado del problema (26%) abarcó tanto la identificación de información relevante como la selección del método de resolución. Los estudiantes manifestaron dificultades para discriminar entre datos pertinentes e irrelevantes, así como para identificar estrategias de abordaje apropiadas ante la ausencia de instrucciones explícitas sobre el método a utilizar.

La interpretación de resultados representó el 21% de las dificultades reportadas, vinculada a la subcompetencia de interpretación del ciclo de modelización. Los estudiantes experimentaron desafíos para comprender el significado práctico de los valores numéricos obtenidos, particularmente cuando estos resultados involucraban magnitudes grandes o múltiples variables.

Finalmente, la organización grupal (15%) constituyó la dificultad menos frecuente, aunque su presencia evidencia desafíos en la coordinación colaborativa durante las fases iniciales del trabajo. Los estudiantes reportaron dificultades principalmente en la definición de roles y distribución de tareas, aunque la mayoría logró superar estos obstáculos durante el desarrollo de la actividad.

Estas cuatro categorías de dificultades reflejan los principales desafíos que enfrentan los estudiantes en las diferentes etapas del proceso de modelización matemática, desde la comprensión inicial del problema hasta la interpretación final de los resultados, incluyendo aspectos tanto cognitivos como sociales del aprendizaje colaborativo.

Dificultades identificadas en los protocolos escritos

La evaluación de los protocolos escritos de los 17 grupos mediante la rúbrica analítica identificó que las dificultades más frecuentes correspondieron a la interpretación de resultados (promedio 11 de 13

puntos) seguida del uso de herramientas matemáticas (promedio 11,3 de 13 puntos).

Se observaron errores en el uso de matrices en algunos grupos. Por ejemplo, el grupo G7 multiplicó una matriz de costos 3×1 por una matriz de cantidades 1×3 , lo que entregó una matriz de 3×3 en lugar de un valor total escalar. Además, en otros grupos se identificó la omisión de justificaciones sobre la pertinencia de las herramientas matemáticas utilizadas. Por ejemplo, el grupo G12 expresó: *“Decidimos multiplicar las matrices porque pensamos que era lo que se debía hacer, pero no estábamos seguros del orden ni del sentido de la operación”*.

Por otra parte, se identificaron dificultades para interpretar el significado contextual de los resultados matemáticos obtenidos. Algunos grupos simplemente anotaban el resultado matemático como respuesta final, sin establecer conexiones con el contexto del problema de sostenibilidad de viviendas. Por ejemplo, el grupo G9 indicó: *“Obtuvimos que se requerían 8 millones de pesos, pero no entendimos si ese valor representaba el total por casa, por barrio o por etapa”*. A pesar de que los estudiantes calcularon correctamente los costos por sector (El Bosque: \$10.790.000, Isla Teja: \$14.635.000, Collico: \$6.945.000, para un total de \$32.325.000), presentaron dificultades para interpretar estos valores en términos de viabilidad económica o relevancia para la sostenibilidad urbana.

Coincidencias entre percepciones estudiantiles y evidencias de los protocolos escritos

El análisis triangulado de las percepciones estudiantiles, los protocolos escritos y las observaciones en aula permitió identificar convergencias significativas respecto a las dificultades enfrentadas durante la resolución de la tarea de modelización matemática. En particular, se constataron coincidencias en tres ámbitos clave: el uso de herramientas matemáticas, la interpretación contextual de los resultados y la organización del trabajo grupal.

En relación con el uso de herramientas matemáticas, tanto los estudiantes como los protocolos escritos evidenciaron dificultades para aplicar correctamente operaciones con matrices. Esta dificultad se expresó en errores conceptuales y en confusión en la elección de procedimientos, como fue ejemplificado por el grupo G7 al realizar una multiplicación matricial incorrecta.

Respecto a la interpretación de resultados, se observó una tendencia a registrar el valor numérico como respuesta final sin conectar dicho valor con el contexto del problema. Esta desconexión fue mencionada en el cuestionario de percepción y observada en los protocolos, como en el caso del grupo G9, que expresó incertidumbre sobre el significado económico del valor total obtenido.

Finalmente, aunque la organización grupal fue menos mencionada en el cuestionario y en los protocolos escritos, las observaciones del investigador complementaron esta información, aportando evidencia cualitativa relevante. Durante la fase inicial de la actividad, se documentaron situaciones en que los estudiantes mostraban vacilaciones para distribuir roles y tomar decisiones conjuntas, lo que generó momentos de inactividad o duplicación de esfuerzos. Por ejemplo, en el grupo G5, el investigador registró: *“Durante los primeros 20 minutos, dos integrantes resolvieron el mismo subproblema sin coordinarse, lo que generó confusión al intentar unificar las respuestas”*. Estos registros muestran que, si bien los estudiantes eventualmente lograron avanzar, enfrentaron desafíos organizativos que podrían afectar la eficiencia y calidad del trabajo colaborativo.

La Tabla 2 sintetiza las correspondencias entre las dificultades percibidas, evidenciadas en las resoluciones escritas y observadas por el investigador. Esta triangulación permite validar los resultados obtenidos y resalta la necesidad de atender tanto las dimensiones cognitivas como las organizativas en el diseño de tareas de modelización matemática en ingeniería.

DISCUSIÓN

La evidencia escrita revela que los estudiantes logran aplicar procedimientos algebraicos básicos, pero carecen de criterios para evaluar la pertinencia de las herramientas seleccionadas. Esta limitación trasciende la mera aplicación mecánica de algoritmos y refleja una comprensión fragmentada de los conceptos algebraicos subyacentes. En el caso del grupo G7, el producto 3×1 por 1×3 genera una matriz 3×3 , es decir, un producto que produce combinaciones cruzadas entre componentes y no un costo total. En una modelización de costos, lo esperable es un escalar que represente un total, lo que exige compatibilizar estructura y significado: si $C \in M_{3 \times 1}(R)$ representa costos unitarios por sector y $Q \in M_{3 \times 1}(R)$ representa cantidades asociadas, entonces el total se expresa como $C^T Q$ (o, equivalentemente, $Q^T C$). El hecho de obtener una matriz 3×3 debiera activar un control de sentido en los estudiantes (por ejemplo, preguntarse ¿qué representa esta matriz en el contexto?, ¿cómo se interpreta cada entrada?), pero la evidencia muestra que dicho control no se moviliza de forma espontánea. Esto es consistente con lo observado en otros grupos, donde se explicita incertidumbre respecto del orden y el sentido de la operación (por ejemplo, G12) y una tendencia a sostener el procedimiento sin justificar pertinencia.

Este patrón sugiere que el problema no es únicamente operacional, sino que es cognitivo-conceptual, en la medida en que la regla de cálculo no se articula con invariantes como dimensión, estructura y significado. Desde una perspectiva cognitiva,

Tabla 2. Correspondencia entre dificultades percibidas por los estudiantes, evidencias en protocolos escritos y observaciones del investigador durante la resolución de la tarea de modelización matemática.

Categoría	Dificultad percibida por estudiantes	Evidencia en protocolos escritos	Observación del investigador
Trabajo matemático	Dificultad para encontrar las matemáticas necesarias.	Errores conceptuales en el uso de matrices y falta de justificación.	Dudas recurrentes sobre el orden de multiplicación y ausencia de discusión matemática en grupo.
Interpretación de resultados	Confusión con la magnitud o el significado de los resultados.	Resultados numéricos sin conexión explícita con el contexto del problema.	Comentarios verbales como “¿qué significa esto?” y ausencia de reflexión contextualizada.
Organización grupal	Dificultad para distribuir roles al inicio.	Pocas evidencias escritas; solo menciones generales en algunos grupos.	Retrasos iniciales en la asignación de tareas y trabajo duplicado en subproblemas específicos

este tipo de error puede interpretarse como una predominancia del conocimiento procedimental por sobre el conocimiento conceptual del producto matricial. En concreto, los estudiantes ejecutan reglas operacionales, pero no las coordinan con invariantes como dimensión, estructura y significado. En términos de APOE, la multiplicación matricial parece quedarse a nivel de acción (aplicación de un algoritmo) sin consolidarse como proceso/objeto que permita anticipar qué tipo de entidad resulta (escalar o matriz) y qué interpretación tiene en la situación modelada [18]. Complementariamente, la didáctica del Álgebra Lineal ha documentado que una dificultad recurrente es precisamente otorgar significado a las operaciones, lo que favorece errores de orden, de dimensionalidad y de interpretación [19], [20]. Esta discusión permite caracterizar el error no solo como una equivocación técnica, sino como un indicador de cómo se está construyendo (o no) el significado de la operación en contextos aplicados.

La misma desconexión entre técnica y significado reaparece en la fase de interpretación, donde el resultado numérico se registra como cierre del trabajo sin retorno al contexto. En particular, un aspecto preocupante es la persistente desconexión entre resultados numéricos y su interpretación contextual, evidenciada tanto en las percepciones estudiantiles como en los protocolos escritos. Algunos estudiantes obtienen valores matemáticamente correctos, sin embargo, no desarrollan criterios para evaluar su razonabilidad o relevancia práctica en el contexto del problema. Esta limitación es crítica en la formación de ingenieros, donde la interpretación de resultados en términos de viabilidad técnica y económica constituye una competencia profesional fundamental. La manifestación de esta dificultad sugiere que la mera exposición a tareas contextualizadas no garantiza el desarrollo automático de habilidades interpretativas.

Este hallazgo no es exclusivo del contexto local, sino que dialoga con evidencia internacional sobre aprendizaje de Álgebra Lineal y modelización. Por ejemplo, en rutas de modelización con estudiantes universitarios se reporta que la selección de operaciones en Álgebra Lineal tiende a hacerse de forma instrumental, con debilidades en validación e interpretación contextual, aun cuando el procedimiento es formalmente correcto

[2]. Del mismo modo, en educación en ingeniería se ha descrito que el desempeño en tareas aplicadas requiere competencias específicas para traducir resultados matemáticos a decisiones técnicas, lo que no se desarrolla automáticamente por exposición a contextos auténticos [5]. En investigaciones en Álgebra Lineal, también se ha documentado que los estudiantes presentan dificultades persistentes para otorgar significado a operaciones y resultados [21], lo que refuerza la necesidad de intervenciones didácticas centradas en significado y no solo en técnica [19]. En este sentido, el presente estudio contribuye con evidencia desde un contexto latinoamericano y con una tarea contextualizada en sostenibilidad, aportando elementos para contrastar y transferir hallazgos a escenarios formativos afines.

Junto con las dificultades cognitivas, la implementación muestra un componente organizacional que incide en cómo se construye (o se inhibe) la discusión matemática en el grupo. Los desafíos organizativos del trabajo colaborativo, aunque menos frecuentes en términos cuantitativos, muestran implicaciones para el diseño de experiencias formativas. Los estudiantes enfrentan el doble desafío de coordinar tanto la comprensión conceptual como la distribución operativa de tareas, careciendo de estrategias metacognitivas para planificar colaborativamente el proceso de resolución. Esta limitación puede comprometer no solo la eficiencia del trabajo grupal, sino también las oportunidades de aprendizaje que emergen del intercambio de perspectivas.

En consecuencia, las implicaciones pedagógicas se orientan a diseñar condiciones que favorezcan el control de sentido, la validación contextual y la discusión matemática explícita. En términos pedagógicos, estos resultados sugieren que la implementación de tareas auténticas debe ir acompañada de intervenciones didácticas explícitas que hagan visible el vínculo entre procedimiento y significado. En particular, se proponen al menos tres acciones que se podrían realizar en la práctica docente en el curso de Álgebra Lineal: Actividad de control dimensional y de sentido (antes de operar, cada grupo debe declarar qué representa cada matriz y qué tipo de salida se espera (escalar o matriz), justificando el orden de multiplicación); Actividad de validación contextual (tras obtener resultados, exigir una estimación rápida de orden de magnitud y una interpretación contextual (¿total por sector?,

¿por vivienda?, ¿por etapa?), incorporando una breve discusión de viabilidad técnica/económica); y Actividad de contrastación de métodos (resolver el mismo subproblema con dos representaciones (por ejemplo, sumatoria por componentes versus producto matricial) y comparar consistencia). Estas acciones pueden integrarse como micro-secuencia curricular dentro de las primeras unidades de operaciones con matrices, y evaluarse con criterios que incluyan explícitamente justificación del procedimiento matemático usado e interpretación/validación (no solo cálculo). La literatura sobre modelización en ingeniería y el uso de andamiajes como planes de solución respalda la pertinencia de estas actividades sin anular la autonomía del estudiantado [5], [10].

Adicionalmente, a nivel de curso, estos resultados sugieren ajustes curriculares que trascienden la tarea específica, específicamente, integrar de manera sistemática criterios de validación y razonabilidad en la evaluación (por ejemplo, asignando un puntaje fijo a interpretación/validación contextual en controles y tareas); y secuenciar tareas breves de modelización en distintas unidades del curso para sostener la articulación “procedimiento–significado–contexto” como eje transversal, evitando que quede confinada a una única experiencia.

Finalmente, para interpretar el alcance de estos resultados, es necesario considerar variables de contexto que no fueron medidas directamente en este estudio. Los resultados deben interpretarse considerando que la cohorte analizada corresponde a estudiantes de primer año con trayectorias matemáticas heterogéneas. Aunque todos habían cursado matemáticas previas, no se aplicó un diagnóstico de preparación formal, lo que impide determinar con precisión el efecto de las diferencias en conocimientos iniciales. Asimismo, factores como el perfil sociodemográfico o las experiencias previas en trabajo colaborativo podrían influir en la manifestación de las dificultades observadas, constituyendo variables de contexto relevantes para futuras investigaciones.

Los resultados de esta investigación cuestionan aproximaciones instruccionales que asumen el desarrollo automático de competencias de modelización a través de la práctica con problemas auténticos. La persistencia de las dificultades identificadas sugiere la necesidad de andamiajes

pedagógicos específicos que aborden explícitamente las dimensiones conceptual, interpretativa y organizacional.

CONCLUSIONES

Este estudio evidenció que los estudiantes de primer año de ingeniería presentan tres dificultades principales al resolver tareas de modelización matemática en Álgebra Lineal: uso inapropiado de herramientas matemáticas, desconexión entre resultados numéricos y significado contextual, y deficiencias en la organización del trabajo colaborativo. Estas dificultades se manifestaron de manera consistente tanto en las percepciones estudiantiles como en sus producciones escritas, proporcionando evidencia empírica sobre los obstáculos que enfrentan en el desarrollo de las subcompetencias de modelización matemática.

La relevancia de esta investigación se encuentra en que caracteriza con evidencia situada (en un contexto real de aula y una tarea contextualizada en sostenibilidad) patrones de dificultad que suelen permanecer implícitos cuando la evaluación se centra solo en el cálculo. En este sentido, los resultados contribuyen a comprender porqué la ejecución procedimental no garantiza, por sí sola, la toma de decisiones matemáticas coherentes con el contexto de ingeniería.

Las ventajas del estudio incluyen la triangulación metodológica que permitió combinar percepciones estudiantiles, evidencia escrita y observaciones directas, generando una comprensión multidimensional de las dificultades. Adicionalmente, la utilización de una tarea de modelización contextualizada en sostenibilidad permite captar tanto dimensiones cognitivas como organizacionales del trabajo grupal. Además, la implementación en un contexto real de aula proporciona validez ecológica a los hallazgos.

En cuanto a limitaciones, el estudio se desarrolló en un único curso y una institución, con 62 estudiantes organizados en 17 grupos, por lo que los resultados no deben interpretarse como generalizables a otros programas o universidades. Además, el contexto institucional, la estructura del curso y el acompañamiento docente durante la sesión pueden haber influido en la naturaleza y frecuencia de las dificultades observadas. Asimismo, la ausencia de

mediciones de preparación matemática previa y de variables sociodemográficas impidió analizar el peso de factores de contexto en la aparición de errores conceptuales e interpretativos. En consecuencia, los resultados deben entenderse como evidencia transferible a contextos comparables, a ser contrastada mediante réplicas interinstitucionales.

Respecto de la aplicación, los resultados pueden orientar el diseño de secuencias didácticas y criterios de evaluación que expliciten, junto con el cálculo, la justificación de la herramienta matemática utilizada y la validación contextual de resultados. Además, ofrecen insumos para fortalecer la formación docente en matemáticas para ingeniería, promoviendo enfoques que articulen comprensión conceptual, modelización y colaboración.

Los resultados ofrecen insumos para fortalecer la formación docente en matemáticas para ingeniería, promoviendo enfoques de enseñanza que combinen comprensión conceptual con resolución de problemas contextualizados.

Como proyección futura, se propone replicar el estudio en otras instituciones y cursos (por ejemplo, primer versus segundo año) y desarrollar diseños longitudinales que examinen la evolución de la competencia de modelización a lo largo de la formación en ingeniería. También, se sugiere avanzar en instrumentos de evaluación que capturen de manera específica subcompetencias de modelización (selección de herramientas, interpretación/validación, coordinación colaborativa), incorporando el rol de la mediación docente y el uso de tecnologías como variables de interés.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido desarrollado gracias a ANID a través del proyecto FONDECYT Regular N° 1241155 y la Facultad de Ciencias de la Ingeniería de la Universidad Austral de Chile.

REFERENCIAS

- [1] F. Álvarez-Macea y V. Costa, “Enseñanza del álgebra lineal en carreras de ingeniería: un análisis del proceso de la modelización matemática en el marco de la teoría antropológica de lo didáctico”, *Eco Matemático*, vol. 10, no. 2, pp. 65-78, 2019, doi: 10.22463/17948231.2594.
- [2] G. Ramírez-Montes, A. Henriques, and S. Carreira, “Undergraduate students’ learning of linear algebra through mathematical modelling routes,” *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, vol. 21, no. 2, pp. 357-377, 2021, doi: 10.1007/s42330-021-00149-3.
- [3] R. Rodríguez-Gallegos, “Repensando la enseñanza de las matemáticas para futuros ingenieros: actualidades y desafíos”, *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, vol. 8, no. 15, pp. 69-85, 2017. [En línea]. Disponible: https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-85502017000200069
- [4] M. Aravena, D. Díaz, F. Rodríguez y N. Cárcamo, “Estudio de caso y modelado matemático en la formación de ingenieros. Caracterización de habilidades STEM”, *Ingeniare*, vol. 30, no. 1, pp. 37-56, 2022, doi: 10.4067/S0718-33052022000100037.
- [5] B. Alpers, “The mathematical modelling competencies required for solving engineering statics assignments,” in *Mathematical Modelling and Applications. Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*, G.A. Stillman, W. Blum, and G. Kaiser, Eds., Cham, Switzerland: Springer, 2017, pp. 189-199, doi: 10.1007/978-3-319-62968-1.
- [6] W. Blum and D. Leiß, “How do students and teachers deal with modelling problems?,” in *Modelling and Applications in Mathematics Education –ICTMA 12*, W. Blum, P.L. Galbraith, C. Haines, and S. Khan, Eds., New York, USA: Springer, 2007, pp. 222-231, doi: 10.1533/9780857099419.5.221.
- [7] Instituto de Ingenieros de Chile, *La formación de ingenieros civiles en Chile*. Concepción, Chile: Editorial Universidad de Concepción, 2018.
- [8] M. Brito-Vallina, I. Alemán-Romero, E. Fraga-Guerra, J. Para-García y R. Arias-de Tapia, “Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros”, *Ingeniería Mecánica*, vol. 14, no. 2, pp. 129-139, 2011. [En línea]. Disponible: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1815-59442011000200005

- [9] J. Orrantía, "Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva", *Revista Psicopedagogia*, vol. 23, no. 71, pp. 158-180, 2006. [En línea]. Disponible: <https://revistapsicopedagogia.com.br/revista/article/view/803>
- [10] S. Schukajlow, J. Kolter, and W. Blum, "Scaffolding mathematical modelling with a solution plan," *ZDM Mathematics Education*, vol. 47, no. 7, pp. 1241-1254, 2015, doi: 10.1007/s11858-015-0707-2.
- [11] P. Galbraith, "Authenticity and goals - Overview," in *Modelling and Applications in Mathematics Education. New ICMI Study Series*, W. Blum, P.L. Galbraith, H.W. Henn, and M. Niss, Eds., New York, USA: Springer, 2007, pp. 181-184, doi: 10.1007/978-0-387-29822-1_17.
- [12] K. Gravemeijer and D. van Eerde, "Design research as a means for building a knowledge base for teachers and teaching in mathematics education," *The Elementary School Journal*, vol. 109, no. 5, pp. 510-524, 2009, doi: 10.1086/596999.
- [13] P. Cobb and K. Gravemeijer, "Experimenting to support and understand learning processes," in *Handbook of Design Research Methods in Education*, A.E. Kelly, R.A. Lesh, and J.Y. Baek, Eds., New York, USA: Routledge, 2008, pp. 68-95.
- [14] L. Porta y M. Silva, "La investigación cualitativa: El análisis de contenido en la investigación educativa", *Anuario Digital de Investigación Educativa*, no. 14, 2003. [En línea]. Disponible: <https://revistas.bibdigital.uccor.edu.ar/index.php/adiv/article/view/3301>
- [15] UNESCO, *Educación para el Desarrollo Sostenible. Hoja de ruta*. París, Francia: UNESCO, 2020. [En línea]. Disponible: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000374896>
- [16] J. Escobar-Pérez y Á. Cuervo-Martínez, "Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización", *Avances en Medición*, vol. 6, no. 1, pp. 27-36, 2008. [En línea]. Disponible: <https://www.humanas.unal.edu.co/2017/unidades-academicas/departamentos/psicologia/servicios/laboratorios/envio-de-materiales/2008/volumen-6>
- [17] J.S. Grant and L.L. Davis, "Selection and use of content experts for instrument development," *Research in Nursing & Health*, vol. 20, no. 3, pp. 269-274, 1997, doi: 10.1002/(sici)1098-240x(199706)20:3<269::aid-nur9>3.0.co;2-g.
- [18] I. Arnon *et al.*, *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*, New York, USA: Springer, 2014, doi: 10.1007/978-1-4614-7966-6.
- [19] G. Harel, "The learning and teaching of linear algebra: Observations and generalizations," *The Journal of Mathematical Behavior*, vol. 46, pp. 69-95, 2017, doi: 10.1016/j.jmathb.2017.02.007.
- [20] A. Sierpinska, "On some aspects of students' thinking in linear algebra," in *On the Teaching of Linear Algebra. Mathematics Education Library*, J.L. Dorier, Ed. Dordrecht, Netherlands: Springer, 2000, pp. 209-246, doi: 10.1007/0-306-47224-4_8.
- [21] E. Widyawati and S.W. Rahayu, "The analysis of students' difficulty in learning linear algebra," *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1028, Art. no. 012152, 2018, doi: 10.1088/1742-6596/1028/1/012152.