

Estudio de la respuesta dinámica de un módulo de tres pisos tipo marco sometido a dos fuentes de excitación en estados de resonancia

Study of the dynamic response of a three-story frame-type module subjected to two sources of excitation in resonant states

Luis Miguel Cruz Deza^{1*}  <https://orcid.org/0009-0001-8983-7653>

Jiret Eliud Quispe Puma¹  <https://orcid.org/0009-0001-1729-8443>

Recibido 10 de marzo de 2025, aceptado 30 de diciembre de 2025

Received: March 10, 2025 Accepted: December 30, 2025

RESUMEN

El presente trabajo trata sobre el estudio de la respuesta dinámica de un módulo de tres pisos tipo marco cuando este es sometido a cargas armónicas originadas por dos fuentes de excitación de masa desbalanceada, para ello se analiza y calcula los parámetros modales y su respuesta en velocidad de cada piso. Se ha empleado el método de Análisis Modal Operacional (OMA) para identificar los parámetros modales del módulo principalmente las frecuencias naturales de 9,32 Hz, 16,39 Hz, 28,45 Hz con sus formas modales y relaciones de amortiguamiento modal de 0,044%, 0,033% y 0,027% correspondientemente. La medición de la respuesta dinámica se realizó en condiciones de resonancia con una relación de frecuencias de 1,15, mediante los acelerómetros AXL-ACC-16G, que integran el sensor LIS2DH12, instalados en cada piso conforme al diseño factorial 3^2 , el cual consta de 2 fuentes de excitación donde los factores de estudio seleccionados corresponden a la frecuencia de operación del 1er y 2do motor, y los niveles de 10,72 Hz, 18,85 Hz, y 32,72 Hz, para ambos factores. Los datos experimentales para el diseño factorial corresponden a la velocidad RMS global, es decir, velocidad máxima registrada en los tres pisos, obtenida a partir de los registros de aceleración procesados con el software *VibrationData*; donde se determinó que la condición crítica se produce cuando ambos motores operan a 18,85 Hz. Esto demuestra el efecto peligroso de operar a frecuencias cercanas al modo normal de vibración de tipo torsional del presente caso analizado.

Palabras Clave: Análisis modal operacional, resonancia, respuesta dinámica, diseño factorial.

ABSTRACT

The present work examines the dynamic response of a three-story frame-type module subjected to harmonic loads from two unbalanced mass excitation sources. For this purpose, the modal parameters and their velocity response of each floor are analyzed and calculated. The Operational Modal Analysis (OMA) method has been used to identify the modal parameters of the module, namely the natural frequencies of 9.32Hz, 16.39 Hz, and 28.45 Hz, along with their modal shapes and modal damping ratios of 0.044%, 0.033%, and 0.027%, respectively. The measurement of the dynamic response was performed under resonance conditions with a frequency ratio of 1.15, using the AXL-ACC-16G accelerometers, which integrate the LIS2DH12 sensor, installed on each floor according to the 3^2 factorial design, which consists of 2 excitation sources where the selected study factors correspond to the operating frequency of the 1st

¹ Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco. Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica. Cusco, Perú.
E-mail: 161375@unsaac.edu.pe; 133939@unsaac.edu.pe

* Autor de correspondencia: 161375@unsaac.edu.pe

and 2nd motor, and the levels of 10.72 Hz, 18.85 Hz, and 32.72 Hz, for both factors. The experimental data for the factorial design corresponds to the global RMS velocity, that is, the maximum velocity recorded across the three floors, obtained from the acceleration records processed with the VibrationData software. It was determined that the critical condition occurs when both motors operate at 18.85 Hz. This demonstrates the dangerous effect of operating at frequencies close to the normal torsional vibration mode in the case analyzed here.

Keywords: Operational modal analysis, resonance, dynamic response, factorial design.

INTRODUCCIÓN

Muchas estructuras industriales en el Perú que soportan equipos mecánicos dentro de diversos procesos productivos, especialmente en la industria minera, albergan máquinas tales como zarandas, chancadoras y accionamientos de fajas transportadoras, entre otras. Debido a su funcionamiento habitual, estos equipos inducen vibraciones dinámicas en las estructuras que los soportan. En numerosos casos, dichas estructuras ven comprometida su integridad estructural y su desempeño en servicio, registrándose fallas asociadas a estados de resonancia [1]. Estos estados se producen cuando las máquinas aportan suficiente energía al sistema estructural, activando determinados modos normales de vibración.

El estudio de los parámetros dinámicos, tales como las frecuencias naturales y las formas modales, ha sido abordado mediante distintos enfoques experimentales y analíticos. En [2] se realizó la identificación modal de un módulo de laboratorio de tres pisos utilizando un mini-shaker para excitar los nodos estructurales. Asimismo, López Lamadrid [3] y Cabrera Centurión [4] desarrollaron estudios del comportamiento dinámico de estructuras mediante enfoques experimental, basado en formas de deformación operacional (ODS, *Operational Deflection Shape*), y analítico, mediante modelos de dos grados de libertad (2 GDL), respectivamente, con fines académicos orientados a la comprensión de los estados de resonancia y su influencia en el comportamiento estructural.

Por otro lado, [5] y [6] presentan estudios experimentales y numéricos realizados en edificios industriales que alojan equipos de producción minera. En dichos trabajos, las mediciones experimentales evidenciaron niveles de vibración en condiciones de servicio superiores a los recomendados por la

normativa aplicable, demostrando que las máquinas pueden inducir estados de resonancia en las estructuras de soporte. De manera complementaria, Valentini, Ascheri y Möller [7] abordaron la medición *in situ* y la calibración de un modelo numérico de un edificio industrial con problemas de vibraciones, proponiendo la implementación de aisladores vibratorios y evaluando el comportamiento del sistema antes y después de la intervención.

El objetivo de este trabajo es registrar la respuesta dinámica de un módulo estructural tipo marco de tres pisos, abarcando la identificación de sus frecuencias naturales, modos normales y relaciones de amortiguamiento mediante el software *ARTEMIS Modal*, así como la evaluación de su respuesta en velocidad cuando el sistema se encuentra en estados de resonancia inducidos por dos fuentes de excitación de masa desbalanceada. La adopción de un enfoque experimental se justifica por la necesidad de caracterizar el comportamiento dinámico real del sistema bajo condiciones de operación, considerando efectos como el amortiguamiento efectivo, la interacción estructura-máquina y la presencia de armónicos y fenómenos de batido asociados a la acción simultánea de ambas fuentes de excitación, los cuales son difíciles de representar con precisión mediante un análisis puramente numérico. En base a estas consideraciones, se busca, a través del análisis y diseño de experimentos, identificar la condición de mayor criticidad bajo la influencia de las frecuencias de operación y la ubicación de las fuentes de excitación en los últimos niveles de la estructura del módulo.

PROCEDIMIENTO GENERAL DE ENSAYOS

El análisis de la respuesta dinámica del módulo experimental se desarrolla mediante el estudio de la vibración forzada, empleando dos fuentes

de excitación de manera sistemática y ordenada conforme al diseño factorial seleccionada.

La naturaleza de la investigación se ilustra en la Figura 1, donde se presentan los ensayos experimentales realizados. Dentro del alcance experimental del módulo, se lleva a cabo el análisis estadístico de los resultados con el fin de identificar la condición crítica de la variable de respuesta, definida como la velocidad RMS máxima alcanzada por la estructura tipo marco.

Para el trabajo experimental, el plan de ensayos se resume en la Figura 1, en la cual las variables de entrada corresponden a las frecuencias de operación de ambas fuentes de excitación. Dichas frecuencias se seleccionan próximas a las frecuencias naturales del sistema, considerando una relación de frecuencia definida como factor de estudio (f_e), con el propósito de inducir estados de resonancia.

Las dos fuentes de excitación se ubican en el tercer y segundo nivel del módulo, respectivamente. En esta configuración, las frecuencias de excitación se aproximan a las tres frecuencias naturales del sistema ω_{n1} , ω_{n2} , ω_{n3} , multiplicadas por el factor de estudio (f_e), permitiendo evaluar de forma controlada la respuesta dinámica del sistema bajo distintas condiciones de operación.

DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS MODALES POR EL OMA

Caso de estudio

El análisis modal operacional (OMA, *Operational Modal Analysis*) es una técnica experimental que permite estimar los parámetros modales de un

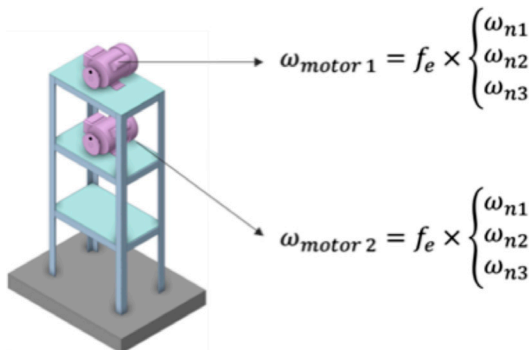


Figura 1. Planteamiento general del ensayo.

sistema vibratorio lineal a partir de su respuesta en condiciones de operación. Este método asume que las fuerzas excitadoras actúan simultáneamente y que las cargas de entrada pueden aproximarse como ruido blanco. Bajo estas consideraciones, el análisis se basa en el uso de funciones de correlación y funciones de densidad espectral calculadas a partir de las respuestas operativas del sistema [8]. La principal ventaja del OMA radica en la posibilidad de analizar la respuesta del sistema sin necesidad de medir directamente la fuerza de excitación, razón por la cual también se denomina análisis modal de solo respuesta [9].

Por su parte, el método de identificación modal en el dominio de la frecuencia EFDD (*Enhanced Frequency Domain Decomposition*) empleado dentro del enfoque OMA, se basa en la descomposición de los valores singulares (SVD) de la matriz de densidad espectral (SD), la cual se compone de las funciones de densidad espectral de potencia (PSD) de cada señal de respuesta registrada [8].

Considerando la ecuación (1) que es la respuesta del sistema $y(t)$ en modos y coordenadas normales como:

$$y(t) = a_1 q_1(t) + a_2 q_2(t) + \dots = Aq(t) \quad (1)$$

donde A es la matriz de forma modal $A = [a_1, a_2, \dots]$ y $q(t)$ un vector columna de coordenadas modales $q^T(t) = \{q_1(t), q_2(t), \dots\}$. Aplicando la definición de las funciones de correlación $R_y(\tau)$ sobre la ecuación (1) se obtiene la expresión:

$$R_y(\tau) = E[y(t)y^T(t + \tau)] = AE[q(t)q^T(t + \tau)]A^T = AR_q(\tau)A^T \quad (2)$$

Donde $R_q(\tau)$ es la matriz de la función de correlación de coordenadas modales ecuación (2); tomando la transformada de Fourier de ambos lados de esta ecuación, obtenemos la correspondiente matriz de densidad espectral (SD):

$$G_y(f) = AG_q(f)A^T \quad (3)$$

Considerando que la matriz $G_q(f)$ es diagonal y hermitiana la forma final de la ecuación (3) es $G_y(f) = A[g_n^2(f)]A^H$, donde $g_n^2(f)$ son las densidades auto espectrales (elementos diagonales) de $G_q(f)$. Una descomposición como la dada por la ecuación (3)

puede realizarse tomando una SVD de la matriz SD, que, para una matriz compleja, hermitiana y definida positiva, toma la forma:

$$G_y(f) = USU^H = U[S_n^2]U^H \quad (4)$$

y se deduce directamente que los valores singulares s_n^2 en la matriz diagonal S de la ecuación (4) deben interpretarse como las densidades auto espectrales de las coordenadas modales, y los vectores singulares, es decir, las columnas en $U = [u_1, u_2, \dots]$ deben interpretarse como las formas modales.

La estructura seleccionada para la realización del ensayo modal corresponde al módulo de tres pisos tipo marco sometido a dos fuentes de excitación de masa desbalanceada con una altura de 1,20 m,

con alturas de 38,5 cm entrepiso, columnas de perfil V-Slot 1020 y vigas V-Slot 2020 de aluminio estructural Al 6063-T5, con pisos que portan bloques de compensación inercial de acero estructural ASTM A36 y motores DC, alcanzando una masa total de 10,6 kg. La placa base del módulo que soporta la estructura corresponde a una plancha de acero ASTM A36 de 1 pulgada de espesor con una masa de 30,2 kg, todo ello se ilustra en la Figura 2.

Consideraciones generales

El ensayo modal corresponde al análisis modal operacional de vibración forzada no controlada [8] e identificación modal de solo salida [9]. La operación normal de los motores DC genera frecuencias de excitación correspondientes a la: frecuencia de operación, así como su primer armónico y segundo

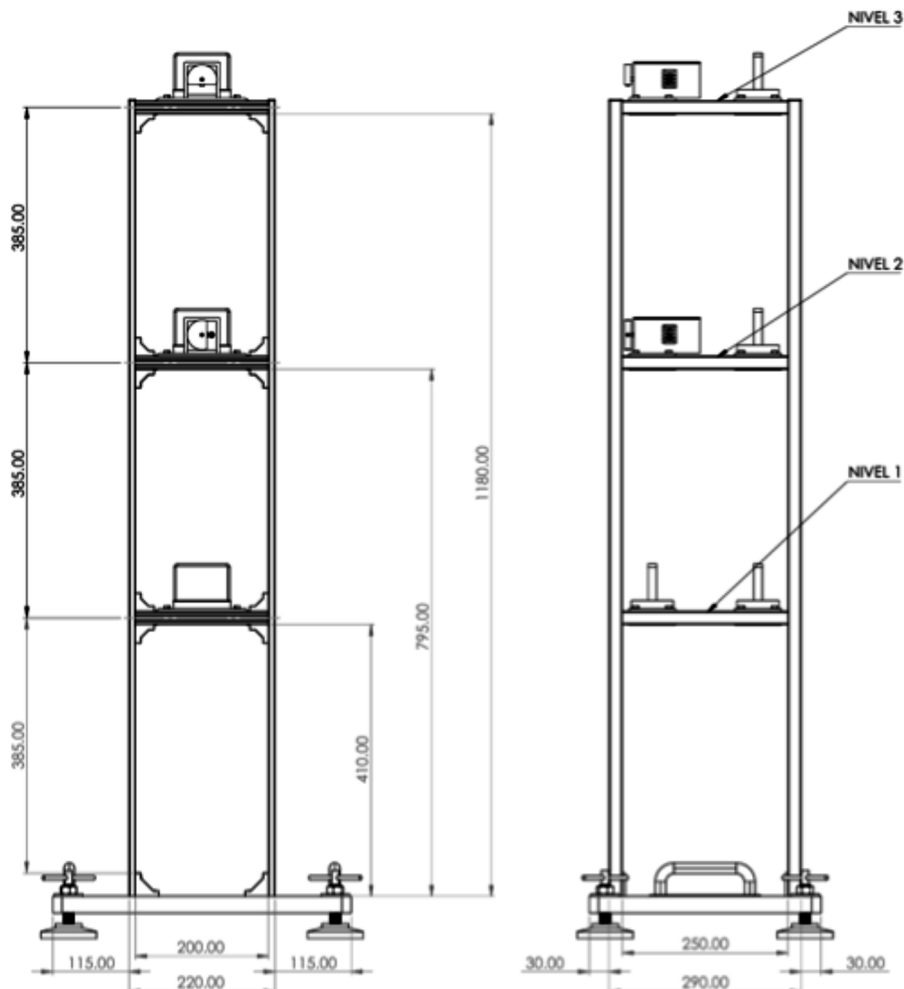


Figura 2. Dimensiones generales de la estructura del módulo.

armónico, y la frecuencia de rectificado de onda (SCR) [10].

La primera fuente de excitación se ubica en el tercer nivel del módulo con una velocidad de operación de ≈ 480 RPM, mientras que la segunda fuente se ubica en el segundo nivel con una velocidad de operación de ≈ 1470 RPM.

Especificaciones de las medidas dinámicas

Rangos de frecuencia

Los rangos de frecuencia, con un enfoque conservador se establece la frecuencia máxima de interés en 50,0 Hz y la mínima de 5,0 Hz, asumidas en función al segundo armónico de la segunda fuente de excitación y la frecuencia de operación de la primera fuente, respectivamente.

Según el teorema de Nyquist-Shannon [19], la frecuencia de muestreo definida por la ecuación (5) establece el límite superior del rango de frecuencias para el análisis de señales a través la frecuencia de Nyquist f_v .

$$f_v = f_s/2; f_s = 1/\Delta t \quad (5)$$

donde f_s es la frecuencia de muestreo, y Δt es el paso de tiempo de muestreo. De manera practica se recomienda que la frecuencia de muestreo debe ser mayor en aproximadamente 1,2 veces f_v , por efecto de los filtros antialiasing típicos [19], por lo cual a partir de la ecuación (5) se obtiene la ecuación (6):

$$f_s > 2,4f_{m\acute{a}x} \quad (6)$$

donde $f_{m\acute{a}x}$ es la frecuencia máxima de interés, que en el presente caso es de 50,0 Hz, resultando en una frecuencia de muestreo de 120,0 Hz.

Duración de la serie temporal

Según [19], la duración de la medición o duración de la serie temporal T_m en segundos se calcula mediante la ecuación (7):

$$T_m > \frac{10}{\xi f_{m\acute{i}n}} \quad (7)$$

donde ξ es el factor amortiguamiento esperado del sistema, y $f_{m\acute{i}n}$ la frecuencia mínima de interés establecida anteriormente en 5,0 Hz. El factor de amortiguamiento para metales es inferior al 1%,

por lo que se asume un valor de 0,5% (0,005) [11]. A partir de estos valores, la duración temporal calculada es de 400 segundos.

Adoptando un enfoque conservador debido al factor de amortiguamiento aproximado, se considera una duración temporal T_m mínima de 480 segundos, es decir, 8 minutos.

Sensores y adquisición de datos

En función de las especificaciones de las medidas dinámicas, se selecciona el acelerómetro triaxial AXL-ACC-16G que posee un sensor de aceleración LIS2DH12 de tecnología de sistema microelectromecánico (MEMS) con las características necesarias para la medición dinámica del módulo descritas en [12].

El sistema de adquisición de datos está compuesto por el acelerómetro AXL-ACC-16G, que integra el sensor triaxial LIS2DH12 con un conversor analógico-digital (ADC). Los datos digitales provenientes del sensor triaxial son registrados por el controlador Raspberry Pi Zero 2W, el cual está interconectado mediante un sistema cableado con un Gateway, que finalmente envía los datos a un ordenador inalámbricamente.

Número de sensores, ubicación y referencias

El análisis modal operacional del módulo se clasifica como un estudio de tipo 2D [8], ya que no se considera desplazamientos verticales, y recomienda mínimamente emplear dos sensores uniaxiales como sensores de referencia para capturar correctamente los parámetros modales de la estructura del módulo.

La Figura 3 muestra la ubicación de los acelerómetros: el acelerómetro de referencia se sitúa en la esquina superior del módulo, dado que ningún modo de vibración posee puntos nodales en esta zona; mientras que, los cinco acelerómetros restantes se distribuyen en los distintos niveles de la estructura.

Teniendo en cuenta la cantidad de acelerómetros y la clasificación del tipo de estudio del presente análisis, se realiza un único conjunto de datos, adecuado para capturar los parámetros modales de la estructura del módulo dentro del rango de interés.

Debido a las propiedades del aluminio empleado en la estructura del módulo, el montaje de los

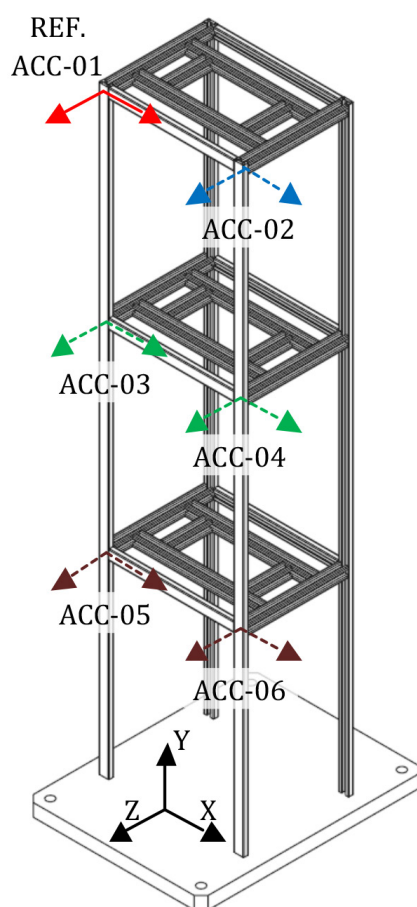


Figura 3. Ubicación de los acelerómetros sobre la estructura del módulo.

acelerómetros se realiza mediante adhesivos, que aseguran un rango significativamente superior al rango de interés en el presente estudio [13], que abarca de 1,0 Hz a 120,0 Hz.

Los acelerómetros son colocados de acuerdo con el sistema global de coordenadas, todos manteniendo las mismas direcciones localmente.

ANÁLISIS Y DISEÑO DE EXPERIMENTOS DE LA RESPUESTA DINÁMICA

La planeación del diseño experimental se desarrolló siguiendo una metodología integral de diseño de experimentos [14], con el objetivo de identificar sistemáticamente la combinación de frecuencias de operación de las dos fuentes de excitación que genera la mayor respuesta vibratoria en el módulo, medida

como velocidad RMS global. Se seleccionaron como factores de estudio las frecuencias de operación de los dos motores desbalanceados: Factor A: frecuencia del motor ubicado en el tercer nivel; Factor B: frecuencia del motor ubicado en el segundo nivel. Estos factores se eligieron porque son las variables controlables principales que inducen resonancia en estructuras industriales reales que soportan maquinaria rotativa.

Los niveles de cada factor se definieron como múltiplos de 1,15 de las frecuencias naturales identificadas mediante OMA (9,32 Hz, 16,39 Hz y 28,45 Hz), resultando en: 10,72 Hz ($\approx 9,32 \times 1,15$), 18,85 Hz ($\approx 16,39 \times 1,15$) y 32,72 Hz ($\approx 28,45 \times 1,15$). Este factor de 1,15 se seleccionó para inducir condiciones cercanas a la resonancia sin alcanzar exactamente las frecuencias naturales, simulando situaciones reales de operación donde las máquinas funcionan cerca de modos críticos de la estructura.

Se adoptó un diseño factorial completo 3^2 , con tres niveles para cada uno de los dos factores, lo que generó 9 tratamientos únicos, con el propósito de aumentar la precisión de las estimaciones y permitir la cuantificación del error experimental, se realizaron tres réplicas por cada tratamiento, resultando en un total de 27 corridas experimentales donde nuestra variable de respuesta es la velocidad RMS global (máxima velocidad registrada en los tres pisos).

Una vez obtenidos los datos, se procedió al análisis estadístico mediante gráfico de interacción y análisis de varianza (ANOVA) para evaluar los efectos principales, la interacción y la significancia estadística.

Respuesta experimental

La frecuencia de muestreo F_s calculada a partir de la ecuación (8) proporcionada por [13], considera la frecuencia máxima de interés $F_{máx}$ de 50,0 Hz, obteniéndose así una frecuencia de muestreo de 128,0Hz.

$$F_s = 2,56 \cdot F_{máx} \quad (8)$$

La condición de operar dos equipos idénticos y próximos entre sí, con frecuencias de rotación similares, genera el fenómeno de batido [13]. La frecuencia de batido, calculada mediante la ecuación (9), corresponde a la diferencia entre las dos señales producidas por las fuentes de excitación.

$$F_b = F_{e1} - F_{e2} \quad (9)$$

La Tabla 1 resume el registro experimental de velocidad en los motores, así como el cálculo de las frecuencias de batido. Los registros de velocidad representan al promedio de tres lecturas del tacómetro.

Con un enfoque conservador, se establece que la frecuencia mínima de interés, asociada al fenómeno de batido, sea de 0,05 Hz. De este modo, se define el rango de frecuencias entre 0,05 Hz hasta 50,0 Hz, con una frecuencia de muestreo de 128,0 Hz.

El tiempo necesario para recolectar las muestras T , también conocido como longitud del registro de tiempo, ecuación (10), se calcula mediante la ecuación (6) donde LOR es el valor de las líneas de resolución del espectro [13].

$$T = \frac{LOR}{F_{m\acute{a}x}} \quad (10)$$

Así mismo, indica que la distancia entre las líneas del espectro se domina resolución y que esta limita la frecuencia mínima que puede ser capturada efectivamente en el espectro. Al considerar la resolución R de 0,05 Hz, el número de líneas de resolución del espectro resulta en un valor de 1000 líneas, obtenidas mediante la ecuación (11).

$$LOR = \frac{F_{m\acute{a}x}}{R} \quad (11)$$

Obteniéndose así mediante la ecuación (11) un tiempo de muestreo de 20 segundos.

Debido al ruido en la señal y la vibración aleatoria se recomienda considerar 4 veces el tiempo de muestreo [13]. Adicionalmente, debido al tiempo de estabilización de la señal, se añade 10 segundos

adicionales, obteniendo de este modo, un tiempo total de la duración de la serie temporal de 90 segundos.

La adquisición de los datos correspondientes a los ensayos experimentales, se realizan mediante el sistema de adquisición descrito en el análisis modal operacional. La Figura 4, muestra la instalación de los acelerómetros en los tres niveles del módulo para el registro y adquisición de datos.



Figura 4. Instalación de acelerómetros en los niveles del módulo.

Tabla 1. Frecuencias de batido.

Motor 1		Motor 2		Frecuencia de batido
Velocidad [RPM]	Frecuencia de Operación [Hz]	Velocidad [RPM]	Frecuencia de Operación [Hz]	
637,4	10,62	641,8	10,70	0,07
1137,7	18,96	1129,5	18,83	0,14
1954,8	32,58	1971,1	32,85	0,27

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Ensayos de identificación modal

Instalación de sensores

La instalación de los sensores se realiza directamente sobre la estructura empleando un adhesivo de doble contacto que aseguran un rango de frecuencias superior al de interés [15], posteriormente los sensores se conectan al controlador para finalmente transferir los datos a través del Gateway al ordenador. La Figura 5 muestra la instalación de los sensores para los tres conjuntos de datos.

Análisis y procesamiento de datos

El análisis y procesamiento de los datos registrados se realiza mediante el software *ARTEMIS Modal Pro*, donde se considera el intervalo de vibración constante comprendido entre los 200 y 680 segundos de los registros originales de aceleración. Los datos de aceleración de todos los sensores inician en cero debido a un corte temporal de los registros de aceleración original, ver Figura 6.

Procedimiento de identificación modal

El software *ARTEMIS Modal Pro* integra métodos de identificación modal en el dominio de la frecuencia y dominio del tiempo, el presente análisis emplea el método de descomposición mejorada en el dominio de la frecuencia, (*EFDD, Enhanced Frequency Domain Decomposition*), considerando que la estructura se encuentra ligeramente amortiguada [16] y posee formas modales geométricamente ortogonales entre modos cercanos.

Los picos del diagrama de densidad espectral representan las frecuencias naturales de la estructura y las frecuencias de excitación establecidas durante el ensayo modal. Estas excitaciones fueron inducidas por los motores ubicados en el segundo y tercer nivel, los cuales operaron a frecuencias de 8,0 Hz y 24,5 Hz, junto con sus respectivos segundos armónicos de 16,0 Hz y 49,0 Hz. Así, las frecuencias naturales identificadas en el rango de interés son de $\approx 9,32$ Hz, $\approx 16,39$ Hz y $\approx 28,45$ Hz como se ilustran en la Figura 7.

Los modos de vibración y los factores de amortiguamiento correspondientes a las frecuencias naturales identificadas por el método EFDD se presentan en la Figura 8 donde la Figura 8a es la frecuencia natural de 9,32 Hz, modo de flexión lateral, Figura 8b es la frecuencia natural de 16,39 Hz, modo de torsión vertical, y Figura 8c es la frecuencia natural de 28,45 Hz, modo de segunda flexión lateral, y se resumen en la Tabla 2.

Para verificar la correcta correlación entre los modos de vibración obtenidos experimentalmente, se presenta adicionalmente la matriz *AutoMAC* en la Figura 9.

Análisis y procesamiento de datos para el análisis estadístico

El análisis y procesamiento de los datos de aceleración registrados de los tres niveles para cada ensayo experimental se realizan empleando el software *VibrationData*. El objetivo de este análisis es obtener la velocidad en el tiempo

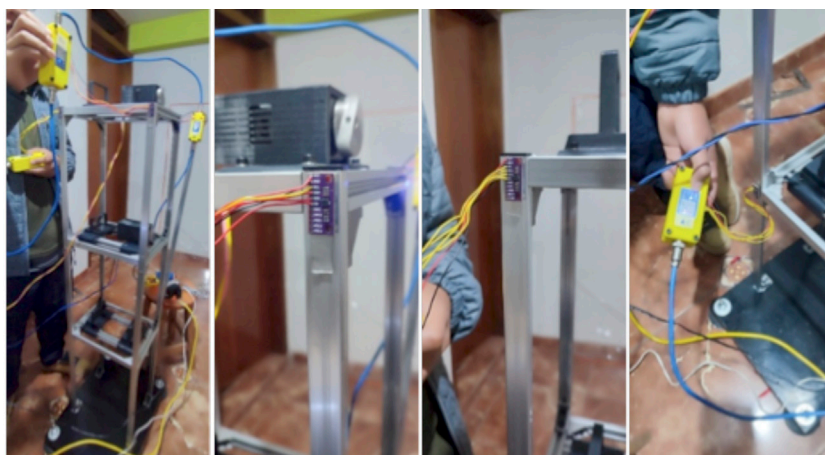


Figura 5. Instalación de los acelerómetros para los tres conjuntos de datos.

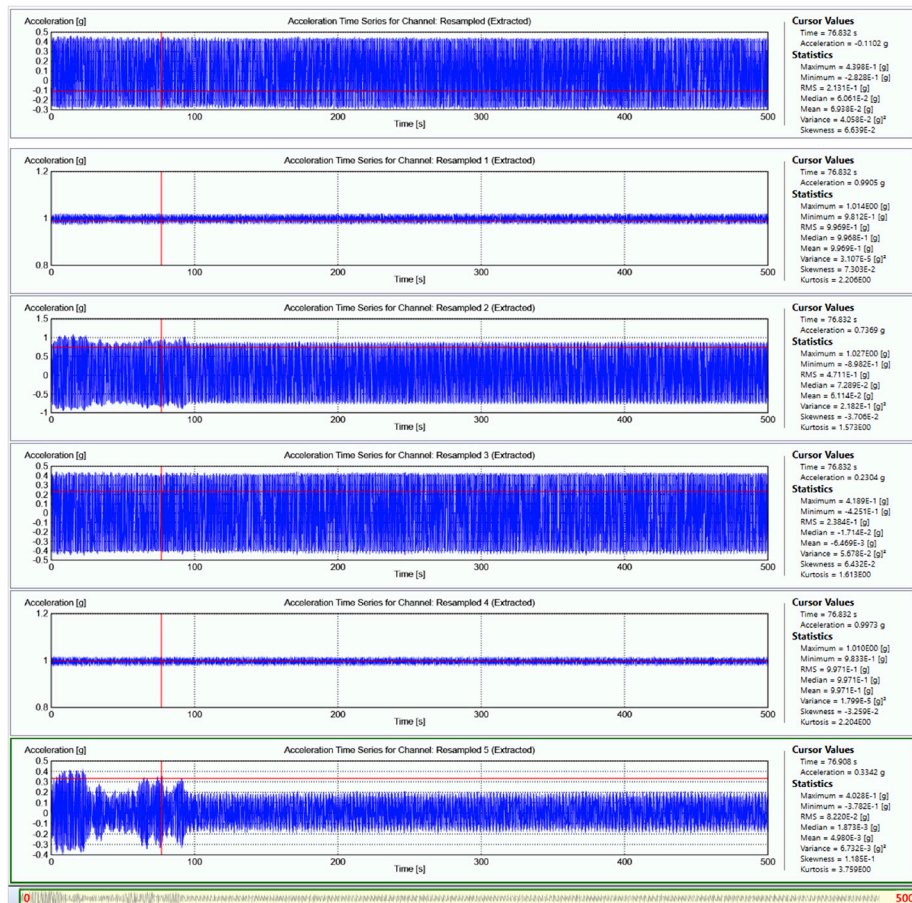


Figura 6. Registro de aceleración para el análisis y procesamiento.

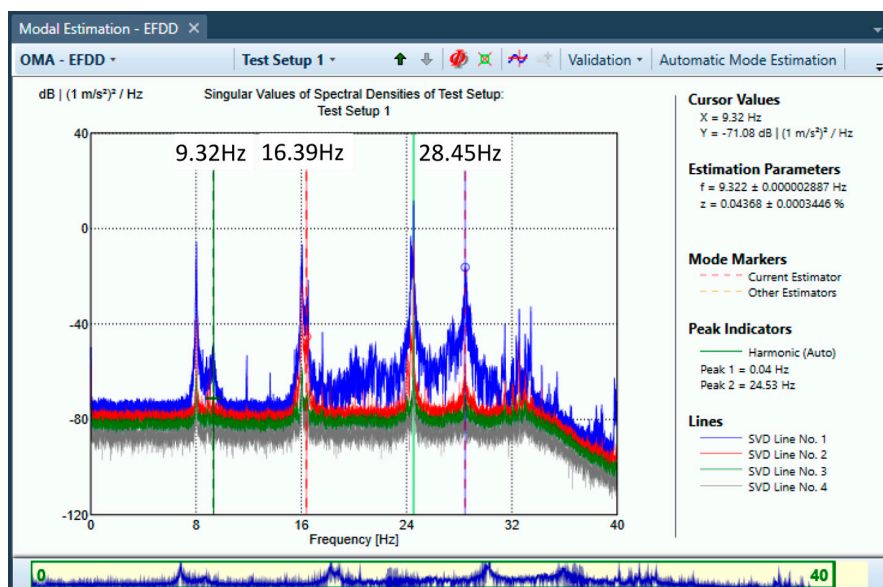


Figura 7. Frecuencias naturales identificadas en el diagrama de densidad espectral.

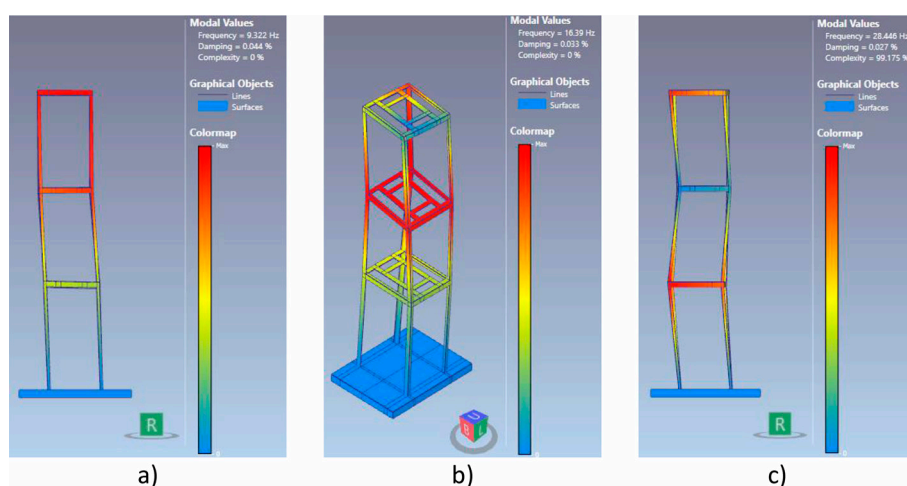


Figura 8. Modos de vibración de las frecuencias naturales identificadas (EFDD).

Tabla 2. Frecuencias naturales identificadas y factores amortiguamiento (EFDD).

Frecuencia Natural [Hz]	Factor de Amortiguamiento [%]	Modo de Vibración
$\approx 9,32$	0,044%	Flexión Lateral
$\approx 16,39$	0,033%	Torsión Vertical
$\approx 28,45$	0,027%	Segunda Flexión Lateral

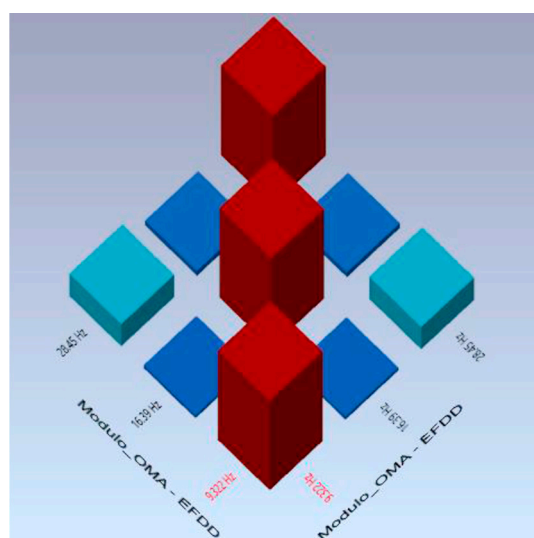


Figura 9. Matriz *AutoMAC* de los modos de vibración.

mediante la integración de la aceleración registradas en forma de datos discretos (tiempo discreto). Este procesamiento se lleva a cabo conforme al flujograma presentado en la Figura 10 donde

los resultados del procesamiento se limitan a la obtención la velocidad en el tiempo.

Los resultados del análisis y procesamiento de la aceleración en dirección horizontal (Z) del arreglo factorial 1, ensayo #1 se ilustran en la Figura 11 donde se registran pulsaciones con un periodo aproximado de 13,87 segundos (0,0072 Hz). Nótese que las unidades de velocidad se expresan en mm/s, debido al escalamiento de amplitud realizado con la herramienta de edición de señales, *Signal Editing Utilities*, integrada en el software *VibrationData*.

Los datos de velocidad en el tiempo, expresados en mm/s, se evalúan como velocidad RMS mediante la herramienta de Estadísticas (*Statistics*) del software *VibrationData* fundamentada en la vibración sinusoidal desarrollada en [17]. De modo que, la información correspondiente a las 27 corridas experimentales se presenta de manera resumida en la Tabla 3.

Análisis estadístico

Una vez realizados los experimentos, se considera como variable de respuesta la velocidad RMS global

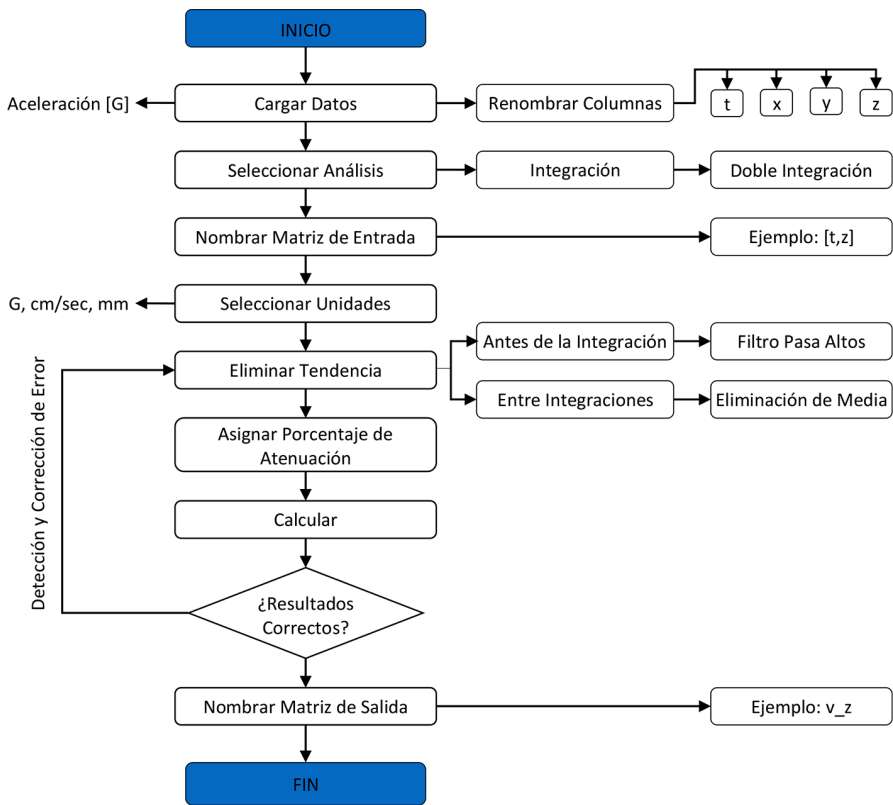


Figura 10. Flujograma del cálculo de velocidad con la aceleración en *VibrationData*.

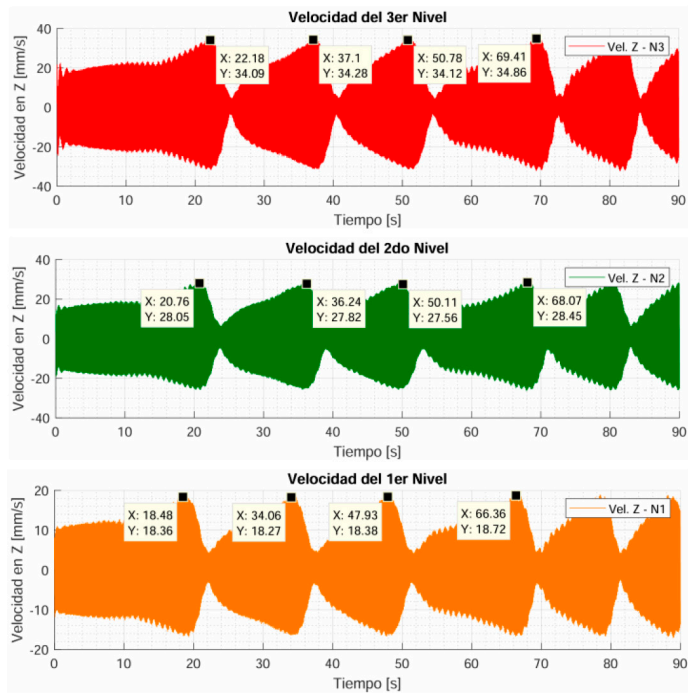


Figura 11. Velocidad en el tiempo: Ensayo #1, arreglo factorial 1.

Tabla 3. Velocidad RMS y valores promedio de las réplicas del módulo (mm/s).

Frecuencia de excitación de la fuente ubicada en el 3er nivel, Hz A)		Frecuencia de excitación de la fuente ubicada en el 2do nivel, Hz B)					
		10,72		18,85		32,72	
	10,72	12,79	15,15	35,30	35,29	35,82	35,81
		16,30		35,31		35,81	
		16,36		35,26		35,81	
	18,85	35,24	35,38	72,40	75,47	41,73	41,74
		35,42		75,21		41,73	
		35,48		78,81		41,76	
	32,72	49,12	48,92	58,02	58,88	54,23	62,83
		49,10		59,10		62,82	
		48,53		59,53		71,43	

del sistema. El factor A corresponde a la frecuencia de excitación de la fuente ubicada en el tercer nivel, mientras que el factor B representa la frecuencia de excitación de la fuente ubicada en el segundo nivel. Con base en esta definición, se organizan los resultados de la variable de respuesta, tal como se muestra en la Tabla 3.

La gráfica de interacción entre los factores A y B, mostrada en la Figura 12, evidencia la influencia conjunta de ambos factores sobre la variable de respuesta. En consecuencia, se procede a realizar un análisis de varianza (ANOVA) con el objetivo de evaluar la significancia estadística de los factores A, B y su interacción AB. A partir de la suma de cuadrados, se construye el cuadro ANOVA que se presenta en la Tabla 4.

De acuerdo con los resultados del ANOVA mostrados en la Tabla 4, los valores de p asociados a los factores A, B y a la interacción AB son considerablemente menores que 0,05. Por lo tanto, se rechazan las hipótesis nulas, concluyéndose que los efectos de

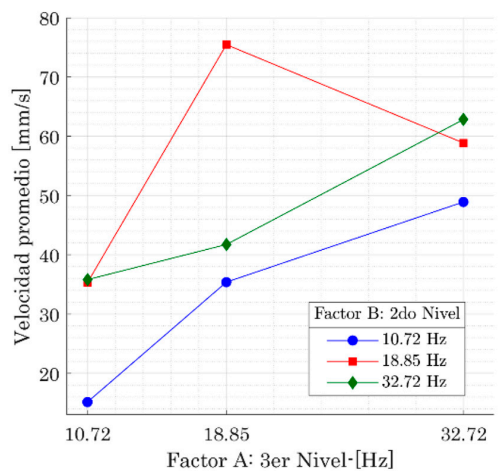


Figura 12. Efecto de interacción de los factores A y B.

A, B y AB son estadísticamente significativos. Asimismo, a partir de los valores del estadístico F_0 , se observa que el factor con mayor influencia sobre la variable de respuesta es el factor A.

Tabla 4. ANOVA global para el diseño factorial 3^2 .

FV	SC	GL	CM	F_0	Valor-P
A	3948,35	2	1974,18	199,2	~0,000
B	2486,71	2	1243,35	125,46	~0,000
AB	1440,4	4	360,1	36,33	~0,000
Error	178,39	18	9,91		
Total	8053,85	26			

Según Navidi [18], cuando el efecto de interacción en un diseño factorial de dos factores no es significativo, es posible aplicar métodos de comparaciones múltiples, como el método de Tukey, sin embargo, en el presente caso, dado que la interacción resulta significativa según el valor p obtenido en la Tabla 4, no se procede a realizar comparaciones múltiples. Adicionalmente, se señalan que el uso del método LSD (*Least Significant Difference*) puede resultar engañoso cuando la interacción es significativa [20]. La contundencia de los valores p obtenidos en el ANOVA es tal que resulta poco probable que una violación moderada de los supuestos del modelo modifique la conclusión alcanzada.

En consecuencia, el tratamiento que evidencia la mayor respuesta de la variable de salida, correspondiente a la velocidad RMS máxima, se presenta en la Tabla 5.

Tabla 5. Respuesta máxima en RMS al tratamiento de los factores A y B.

Factor A [Hz]	Factor B [Hz]	Respuesta [mm/s]
18,85	18,85	75,47

CONCLUSIONES

Las conclusiones que se presentan a continuación corresponden exclusivamente al caso del estudio analizado, el cual consiste en un módulo estructural tipo marco de tres pisos, con una altura total de 1,20 m, columnas de perfil V-Slot 1020 y vigas V-Slot 2020 de aluminio estructural Al 6063-T5. La estructura incorpora pisos que soportan bloques de acero estructural ASTM A36 y motores DC, alcanzando una masa total de la superestructura de 10,6 kg, y se apoya sobre una placa base de acero ASTM A36 de 1 pulgada de espesor, con una masa de 30,2 kg mediante la aplicación del Análisis Modal Operacional (OMA), utilizando el algoritmo EFDD (*Enhanced Frequency Domain Decomposition*) implementado en el software ARTEMIS Modal, se identificaron tres frecuencias naturales del sistema, junto con sus respectivos modos de vibración y relaciones de amortiguamiento. Las frecuencias naturales obtenidas corresponden a 9,32 Hz, asociada al primer modo de flexión lateral;

16,39 Hz, correspondiente a un modo de torsión vertical; y 28,45 Hz, asociada al segundo modo de flexión lateral. Los factores de amortiguamiento modal identificados fueron de 0,044%, 0,033% y 0,027%, respectivamente.

El análisis estadístico se realizó a partir de un diseño factorial 3^2 , en el cual el módulo experimental fue sometido a dos fuentes de excitación de masa desbalanceada operando a frecuencias próximas a las frecuencias naturales identificadas mediante OMA. A partir de las 27 corridas experimentales ejecutadas, la gráfica de interacción y el análisis de varianza (ANOVA) evidenciaron una interacción activa y estadísticamente significativa entre ambos factores, correspondientes a las frecuencias de operación de las dos fuentes de excitación. Los resultados muestran que dichas frecuencias, evaluadas bajo un factor de estudio de 1,15, influyen de manera significativa sobre la variable de respuesta definida como la velocidad RMS global del sistema, siendo el factor A (la frecuencia de operación del motor 1 ubicado en el tercer nivel) el de mayor influencia.

Finalmente, los resultados experimentales indican que la condición más crítica para el módulo estructural analizado se presenta cuando ambas fuentes de excitación operan a una frecuencia de 18,85 Hz, situación en la cual se alcanza una velocidad RMS global máxima de 75,47 mm/s. Esta condición confirma la importancia de considerar la interacción simultánea entre fuentes de excitación y la proximidad a las frecuencias naturales del sistema en la evaluación del comportamiento dinámico de estructuras que soportan maquinaria rotativa.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco bajo el programa de Yachayninchis Wiñarinampaq con resolución N° 244.

REFERENCIAS

- [1] A. de Macêdo Wahrhaftig, R.M. Lopes Rebello da Fonseca Brasil, T. Bahia Groba, L.M. Lima Rocha, J.M. Balthazar, and L.S. Marques Silva Cheles Nascimento, "Resonance of a rotary machine support beam considering geometric stiffness," *Journal of*

- Theoretical and Applied Mechanics*, vol. 58, no. 4, pp. 1023-1035, 2020, doi: 10.15632/jtam-pl/126681.
- [2] E.F. Arzapalo Barrera, “Implementación de un módulo de laboratorio para el estudio dinámico en estructuras metálicas de equipos mecánicos”, Tesis de Grado, Facultad de Ciencias e Ingeniería, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú, 2015.
 - [3] C.M. López Lamadrid, “Evaluación, rediseño y validación de estructuras mediante análisis vibracional por funciones avanzadas”, Tesis de Grado, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánico-Eléctrica, Universidad de Piura, Piura, Perú, 2013.
 - [4] J.G. Cabrera Centurión, “Diseño de un módulo educativo para el estudio de las vibraciones mecánicas mediante la variación de los parámetros inercia, rigidez y fuerza de excitación”, Tesis de Maestría, Facultad de Ciencias e Ingeniería, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú, 2021.
 - [5] M.H. Peralta, L.O. Pico, N.L. Ercoli y R. Bacchiarello, “Evaluación del comportamiento estructural en servicio de edificios con maquinarias: análisis numérico y experimental”, *Revista Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, vol. 34, no. 3, pp. 1503-1520, 2016. [En línea]. Disponible: <https://amcaonline.org.ar/ojs/index.php/mc/article/view/5072>
 - [6] N. Ercoli Luján, M.H. Peralta y L.O. Pico, “Evaluación de estructura sometida a vibraciones de máquinas”, *Revista Argentina de Ingeniería*, vol. 8, pp. 54-62, 2016. [En línea]. Disponible: <https://confedi.org.ar/publicaciones-radi/radi-no-8/>
 - [7] G.A. Valentini, J.P. Ascheri y O. Möller, “Modelización numérica de un edificio de embolsado de harinas con problemas de vibraciones”, *Revista Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, vol. 37, no. 20, pp. 829-838, 2019. [En línea]. Disponible: <https://cimec.org.ar/ojs/index.php/mc/article/view/5866>
 - [8] R. Brincker and C. Ventura, “Introduction,” in *Introduction to Operational Modal Analysis*, 1st ed. Nashville, USA: John Wiley & Sons, 2015, ch. 1, p. 3.
 - [9] Á. Cunha, E. Caetano, and F. Magalhães, “Output-only dynamic testing of bridges and special structures,” *Structural Concrete*, vol. 8, no. 2, pp. 67-85, 2007, doi: 10.1680/stco.2007.8.2.67.
 - [10] Ademinsac, “Tabla I Carta Ilustrada de Diagnostico de Vibración”, docs.google.com. Accedido: 9 de noviembre de 2024. [En línea]. Disponible en: https://docs.google.com/file/d/0B-xB7tqEE4EURjBZOVruMFRlIkE/view?resourcekey=0-6D9AWbW8stmkKQTiX_VuBg
 - [11] V. Adams and A. Askenazi, *Fundamentals*, in *Building Better Products with Finite Element Analysis*, Santa Fe, New Mexico, USA: OnWordPress, 1999, ch. 2, p. 83.
 - [12] STMicroelectronics, “LIS2DH12, MEMS digital output motion sensor: ultra-low-power high-performance 3-axis “femto” accelerometer,” DocID025056 Rev 6, 2017. [Online.] Available: <https://www.st.com/en/mems-and-sensors/lis2dh12.html>
 - [13] Mobius Institute, *Vibration Analysis Training Manual: Category II*, ver. 4.0, rev. 09:06:16, 2016.
 - [14] H. Gutiérrez Pulido y R. de la Vara Salazar, “Introducción al diseño de experimentos”, en *Análisis y Diseño de Experimentos*, 3ra ed. Ciudad de México, México: McGraw-Hill, 2012, ch.1, pp. 7-8.
 - [15] S. Hanly, “Shock & Vibration Overview,” Midé Technology Corp., 2016. [Online.] Available: <https://endaq.com/pages/abstract-shock-and-vibration-handbook>
 - [16] M. Danial A. Hasan, Z.A.B. Ahmad, M. Salman Leong, and Lim Meng Hee, “Enhanced frequency domain decomposition algorithm: A review of a recent development for unbiased damping ratio estimates,” *Journal of Vibroengineering*, vol. 20, no. 5, p. 1920, 2018, doi: 10.21595/jve.2018.19058.
 - [17] T. Irvine, “An introduction to shock and vibration response spectra,” EnDaq, 2023. [Online.] Available: <https://endaq.com/pages/handbooks>
 - [18] W. Navidi, “Experimentos factoriales”, en *Estadística para Ingenieros y Científicos*, 1ra ed. Ciudad de México, México: McGraw-Hill, 2006, ch. 9, p. 674.
 - [19] R. Brincker and C. Ventura, “Measurement technology,” in *Introduction to Operational Modal Analysis*, 1st ed. Nashville, USA: John Wiley & Sons, 2015, ch. 7, pp. 157-161.
 - [20] H. Gutiérrez Pulido y R. de la Vara Salazar, “Diseño factoriales”, en *Análisis y Diseño de Experimentos*, 3ra ed. Ciudad de México, México: McGraw-Hill, 2012, ch. 5, p. 125.